

На правах рукописи

ЦУПКО ОЛЕГ ЮРЬЕВИЧ

**ОБРАЗОВАНИЕ НЕСФЕРИЧЕСКИХ
ГРАВИТИРУЮЩИХ ОБЪЕКТОВ И ЭФФЕКТЫ
ГРАВИТАЦИОННОГО ЛИНЗИРОВАНИЯ**

01.04.02 - теоретическая физика

**Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук**

Цупко

Москва 2009

Работа выполнена в Институте космических исследований Российской академии наук (ИКИ РАН).

Научный руководитель:

д.ф.-м.н., профессор Г.С. Бисноватый-Коган

Официальные оппоненты:

чл.-корр. РАН, д.ф.-м.н., профессор И.Д. Новиков

(Астрокосмический центр Физического института им. П.Н. Лебедева РАН)

д.ф.-м.н., профессор В.Н. Мельников

(Центр гравитации и фундаментальной метрологии ВНИИМС — Всероссийского научно-исследовательского института метрологической службы)

Ведущая организация:

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН

Защита состоится 7 апреля 2009 г. в ___ часов на заседании Диссертационного Совета Д 002.113.03 ИКИ РАН по адресу:
г. Москва, 117997, ул. Профсоюзная 84/32, конференц-зал.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИКИ РАН.

Автореферат разослан “___” _____ 2009 г.

Учёный секретарь
Диссертационного Совета
Д 002.113. 03
к.ф.- м.н.



Т.М. Буринская

Общая характеристика работы

Актуальность темы

При исследовании формирования крупномасштабной структуры Вселенной в темной материи часто используется численное моделирование на основе решения уравнений гидродинамики и уравнений движения большого числа частиц в собственном гравитационном поле. Такое численное моделирование занимает большое количество времени, поэтому представляется важным разработать упрощенный подход. Упрощенный феноменологический подход, основанный на рассмотрении эллипсоидальных фигур, может позволить исследовать и сравнить различные варианты задачи, при этом появляется возможность увидеть некоторые особенности проблемы, которые не выявляются в процессе длительной численной работы [1].

Теория равновесных эллипсоидальных фигур разрабатывалась многими исследователями (Ньютон, Маклорен, Якоби, Пуанкаре, Чандрасекхар). Последовательное изложение теории приведено в книге Чандрасекхара [2]. Современные исследования вращающихся фигур связаны, во-первых, с быстро вращающимися звездами, во-вторых, с крупномасштабной структурой Вселенной. Теория крупномасштабной структуры основывается на идеях Зельдовича [3] о формировании существенно несферических фигур в результате развития гравитационной неустойчивости.

Приближенный подход, описывающий динамику осей вращающегося однородного трехосного эллипсоида и феноменологически учитывающий бурную релаксацию, потери массы, энергии и углового момента, позволяет получить новые физические результаты, связанные с формированием крупномасштабной структуры Вселенной, и, кроме того, исследовать вопросы устойчивости вращающихся эллипсоидальных объектов. Применение подобного формализма также дает возможность исследовать динамическое поведение ньютоновских газовых самогравитирующих объектов в случае отклонения от сферического приближения. Запись уравнений движения для осей однородного невращающегося несферического тела и расчет коллапса позволяют расширить понимание динамики и получить качественно новые эффекты, связанные с несферичностью.

В процессе коллапса и образования крупномасштабной структуры Вселенной в темной материи происходит излучение гравитационных волн, и одним из наблюдательных эффектов образования таких объектов может являться гравитационное линзирование на таких волнах [1].

Гравитационное линзирование — одна из наиболее активно развивающихся областей современной астрофизики [4], [5], [6]. С одной стороны, это разработка теоретических аспектов гравитационного линзирования, построение теоретических моделей, численное моделирование линзирующих объектов, с другой, - поиски и изучение новых наблюдательных примеров (кратные изображения, дуги), исследования эффектов микролинзирования. Кроме того, эффект линзирования имеет значение в других астрофизических явлениях, например, при изучении проблемы темной материи и наблюдениях реликтового излучения.

Важность эффектов гравитационного линзирования заключается, во-первых, в проверке общей теории относительности, гравитационное линзирование является одним из предсказаний общей теории относительности и интересно с фундаментальной точки зрения. Во-вторых, отклонение света от удаленных объектов дает уникальную возможность изучить как источник, так и объект, выступающий в роли гравитационной линзы. В качестве линзы могут выступать как массивные объекты, так и гравитационные волны [7], [8], [9]. Исследования этого вопроса имеют принципиальное значение, так как гравитационные волны до сих пор не открыты экспериментально. Важным также представляется учет эффектов, связанных с движением фотонов вблизи черной дыры [10], [11], [12], [13], [14], [15].

Стандартная теория гравитационного линзирования разработана для распространения света в вакууме. Гравитационное линзирование в вакууме является ахроматическим, так как угол отклонения фотона не зависит от частоты фотона [4]. Космическая среда заполнена плазмой, поэтому представляется интересным рассмотреть распространение света и гравитационное линзирование в плазме. В работах, исследующих гравитационное отклонение света в плазме, рассматривались неоднородные среды (см. например [16], [6]). Отклонения вследствие гравитации и неоднородности плазмы рассматривались отдельно, без учета влияния дисперсии плазмы на распространение света в гравитационном поле. Таким образом, отклонение света складывалось из эйнштейновского гравитационного отклонения и нерелятивистского отклонения траектории вследствие неоднородности среды, которое в однородной среде обращается в нуль. Самосогласованный формализм для рассмотрения геометрической оптики в среде с учетом гравитации был разработан Сингом в [17]. На основе гамильтонова формализма автор вывел уравнения для распространения фотона в произвольной среде с гравитацией. Представляется важным разработать с учетом [17] самосогласованную физико-математическую модель гравитационного линзирования в плазме.

Цель работы

Цели диссертационной работы:

- разработка приближенной феноменологической модели для исследования динамики формирования крупномасштабной структуры Вселенной в темной материи, исследование устойчивости вращающегося сжимающегося однородного трехосного эллипсоида;
- исследование динамического поведения невращающихся несферических конфигураций;
- исследование эффекта гравитационного линзирования на гравитационных волнах, в частности, на волнах, излучающихся в процессе коллапса и образования крупномасштабной структуры Вселенной в темной материи;
- исследование сильного гравитационного линзирования на шварцшильдовской черной дыре;
- разработка физико-математической модели гравитационного линзирования в плазме; исследование гравитационного линзирования в шварцшильдовской метрике в однородной плазме со слабыми неоднородностями.

Научная новизна

Большинство вошедших в диссертацию результатов обладает принципиальной научной новизной.

Построена приближенная модель, описывающая динамику образования крупномасштабной структуры Вселенной в темной материи, образование трехосных эллипсоидов из сфероидов получено в динамике. Для точки неустойчивости сжимающихся сфероидов Маклорена относительно перехода в трехосный эллипсоид найдена простая аналитическая формула.

Впервые показано, что формирование сингулярности в ньютоновских самогравитирующих газовых телах с неустойчивым уравнением состояния имеет вырожденный характер. Впервые получен эффект динамической стабилизации несферических тел относительно неограниченного коллапса.

Впервые отмечено, что при гравитационном линзировании на гравитационной волне происходит смещение траектории фотона. Смещение вычислено аналитически для плоского гравитационно-волнового импульса.

Построена самосогласованная модель гравитационного линзирования в плазме. Впервые показано, что даже в однородной плазме угол отклонения фотона отличается от вакуумного. При этом

угол отклонения зависит от частоты, это приводит к тому, что гравитационная линза, находящаяся в плазме, действует подобно гравитационному радиоспектрометру. Получена формула для угла отклонения при движении фотона в плазме в шварцшильдской метрике.

Практическая и научная значимость работы

Разработанный приближенный подход для описания динамики образования крупномасштабной структуры Вселенной в темной материи позволяет исследовать различные стороны задачи с помощью аналитических и не затратных по времени численных расчетов и является альтернативой численному моделированию.

Полученные в диссертации результаты существенно расширяют понимание механизмов развития неустойчивости в самогравитирующих структурах, в частности, обнаружен эффект динамической стабилизации несферических тел относительно неограниченного коллапса.

Анализ различных эффектов гравитационного линзирования представляет фундаментальный интерес с точки зрения проверки общей теории относительности и в качестве инструмента по изучению свойств космических объектов.

Разработанная модель гравитационного линзирования в плазме самосогласованно учитывает эффекты преломления и дисперсии света в плазме. Наблюдательное изучение эффекта "гравитационного радиоспектрометра" может позволить получить информацию о среде, через которую распространяется свет, и о гравитационной линзе и ее окружении. Этот эффект был предложен нами для наблюдения в международном проекте "Радиоастрон".

Достоверность полученных результатов

Все положения и выводы диссертации обоснованы, достоверность результатов обеспечивается строгостью используемых методов исследования и адекватностью рассмотренных физических моделей.

Личный вклад автора

Все результаты, полученные в диссертации, получены лично автором под руководством и в соавторстве с научным руководителем.

Апробация результатов

Результаты, вошедшие в диссертацию, докладывались автором и обсуждались на следующих российских и международных конференциях и школах:

1. Студенческая конференция "Исследования космического пространства в интересах фундаментальных наук", 9 апреля 2004 года, Институт космических исследований РАН, Москва.

2. Международная конференция памяти Гамова, Gamow Memorial International Conference "Astrophysics and Cosmology after Gamow - Theory and Observations", Одесса, Украина, 8-14 августа 2004 года.

3. Студенческая конференция "Исследования космического пространства в интересах фундаментальных наук", 8 апреля 2005 года, Институт космических исследований РАН, Москва.

4. Международная конференция, посвященная 70-летию теоретического отдела ФИАН, International Conference on Theoretical Physics, Москва, Физический Институт Академии Наук имени Лебедева, 11-16 апреля 2005 года.

5. 2-я летняя научная школа фонда "Династия", 17-21 июля 2005 года, учебно-методический центр профсоюза АПК, пос. Московский.

6. Гамовская летняя астрономическая школа: "Астрономия на стыке наук - астрофизика, космология, радиоастрономия, астробиология", 15 - 20 августа 2005 года, Одесса, Черноморка, Украина.

7. Научная сессия МИФИ - 2006, 23-27 января 2006 года, Москва, Московский инженерно-физический институт (Государственный университет).

8. 23-я конференция "Актуальные проблемы внегалактической астрономии", Пушино, радиоастрономическая обсерватория АКЦ ФИАН, 25-27 апреля 2006 года.

9. 11-я конференция Марсель Гроссман, Eleventh Marcel Grossmann Meeting on General Relativity, Берлин, Германия, 23-29 июля 2006 года.

10. Осенняя Школа по гравитационному линзированию, INAF-COSMOS Autumn School on Gravitational Lensing, Ачиреале (Катания), Италия, 30 октября - 3 ноября 2006 года.

11. Всероссийская астрофизическая конференция "Астрофизика высоких энергий сегодня и завтра - 2006", Москва, Институт космических исследований РАН, 25-27 декабря 2006 года.

12. Международная конференция "Хаос в астрономии-2007", Chaos in Astronomy 2007, Греция, Афины, 17-20 сентября 2007 года.

13. Всероссийская астрофизическая конференция "Астрофизика высоких энергий сегодня и завтра - 2007", Москва, Институт космических исследований РАН, 24-26 декабря 2007 года.

14. Итоговый астрофизический семинар Отдела физики космической

плазмы (№54) за 2007 г., 26 декабря 2007 года, Институт космических исследований РАН, Москва.

15. Манчестерская конференция по микролинзированию, The Manchester Microlensing Conference: The 12th International Conference and ANGLES Microlensing Workshop, Манчестер, Великобритания, 21-25 января 2008 года.

16. 11-я Международная московская зимняя школа по физике (36-я Зимняя школа ИТЭФ) "Физика элементарных частиц", санаторий "Отрадное", Московская обл., 8-16 февраля 2008 года.

17. V конференция молодых ученых "Фундаментальные и прикладные космические исследования", посвященная Дню космонавтики, 8-9 апреля 2008 года, Институт космических исследований РАН, Москва.

18. Российская гравитационная конференция - Международная конференция по гравитации, космологии и астрофизике RUSGRAV-13, РУДН, 23-28 июня 2008 года, Москва.

Объем и структура диссертации

Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав и заключения. Объем диссертации – 112 страниц. Диссертация содержит 28 рисунков и 62 наименования в списке цитируемой литературы.

Содержание работы

Во **Введении** обсуждается современное состояние теорий эллипсоидальных самогравитирующих фигур и гравитационного линзирования, обосновывается актуальность работы, охарактеризована ее научная новизна, кратко изложена структура диссертации и сформулированы положения, выносимые на защиту.

В **первой главе**, состоящей из пяти параграфов, рассмотрена приближенная динамика формирования крупномасштабной структуры Вселенной в темной материи.

В первом параграфе записана функция Лагранжа трехосного однородного сжимающегося вращающегося эллипсоида и выведены уравнения движения для его осей. Мы рассматриваем трехосный эллипсоид, состоящий из бесстолкновительных нерелятивистских частиц, с полуосями $a \neq b \neq c$, и вращающийся однородно вокруг оси z с угловой скоростью Ω (с массой m , объемом V и полным угловым моментом M). Приближенно считаем плотность материи ρ в эллипсоиде однородной. Во внутренних областях эллипсоида мы

предполагаем линейную зависимость скоростей от координат. Гравитационный потенциал однородного эллипсоида определяется как [18]:

$$U_g = -\frac{3Gm^2}{10} \int_0^\infty \frac{du}{\sqrt{(a^2+u)(b^2+u)(c^2+u)}}. \quad (1)$$

Этот интеграл при двух равных полуосях берется аналитически, в общем случае трех неравных осей выражается через эллиптические интегралы [19]. Мы рассматриваем однородный эллипсоид с полной тепловой энергией нерелятивистских частиц темной материи $E_{th} \sim V^{-2/3} \sim (abc)^{-2/3}$ и соотношением между давлением P и тепловой энергией E_{th} в виде $E_{th} = \frac{3}{2}PV$. Для получения уравнений движения мы записываем функцию Лагранжа эллипсоида:

$$L = U_{kin} - U_{pot}, \quad U_{pot} = U_g + E_{th} + U_{rot}, \quad U_{kin} = \frac{m}{10}(\dot{a}^2 + \dot{b}^2 + \dot{c}^2), \quad (2)$$

$$E_{th} = \frac{E_{th,in}(a_{in}b_{in}c_{in})^{2/3}}{(abc)^{2/3}} = \frac{\varepsilon}{(abc)^{2/3}}, \quad U_{rot} = \frac{5}{2} \frac{M^2}{m(a^2 + b^2)}. \quad (3)$$

Энтропия ε является константой в консервативном случае, но меняется в присутствии диссипации. Вариацией функции Лагранжа мы получаем уравнения движения для осей эллипсоида.

Во втором параграфе выведены уравнения движения осей эллипсоида с учетом бурной релаксации, получены уравнения, описывающие эволюцию во времени массы, углового момента, энтропии эллипсоида. В случае структур в темной материи мы имеем дело с бесстолкновительными нерелятивистскими частицами, взаимодействующими только гравитационно. Развитие гравитационной неустойчивости и коллапс в темной материи характеризуются бесстолкновительной релаксацией. Эта релаксация основана на идее о бурной релаксации ("violent relaxation") Линден-Белла [20]. За счет бурной релаксации бесстолкновительная система приходит в стационарное состояние. В данной работе учет диссипации основывается на идеях, предложенных Бисноватым-Коганом [1]. В нашей модели бурная релаксация приводит к превращению кинетической энергии упорядоченного движения в кинетическую энергию хаотического теплового движения и к возрастанию эффективного давления и тепловой энергии. При этом из-за ухода частиц из системы теряются полная энергия, масса, угловой момент. Эти эффекты можно описать приближенно с помощью так называемой объемной вязкости. Вследствие вязкости появляется тормозящая сила, которая может быть учтена феноменологически добавлением соответствующих слагаемых в правые части уравнений движения. Для потерь полной энергии, массы и углового момента эллипсоида записываются феноменологические

уравнения. Также выводится уравнение для возрастающей энтропии.

В третьем параграфе приведены безразмерные уравнения и представлены результаты численных расчетов динамики эллипсоида для различных начальных параметров. Все интегралы в правых частях уравнений движения выражаются через эллиптические [19]. Для эллипсоидов, близких к сфероидам и сфере, сделаны соответствующие разложения, включающие только аналитические выражения. Система уравнений решается численно для различных начальных параметров, вплоть до формирования стационарных вращающихся фигур в присутствии релаксации. Для малого углового момента M мы получаем формирование сплюснутого сфероида, в то время как при большом M мы наблюдаем развитие трехосной неустойчивости и формирование трехосного эллипсоида (рис. 1). Для медленно вращающихся коллапсирующих тел получено развитие неустойчивости, характеризующей системы с чисто радиальными траекториями.

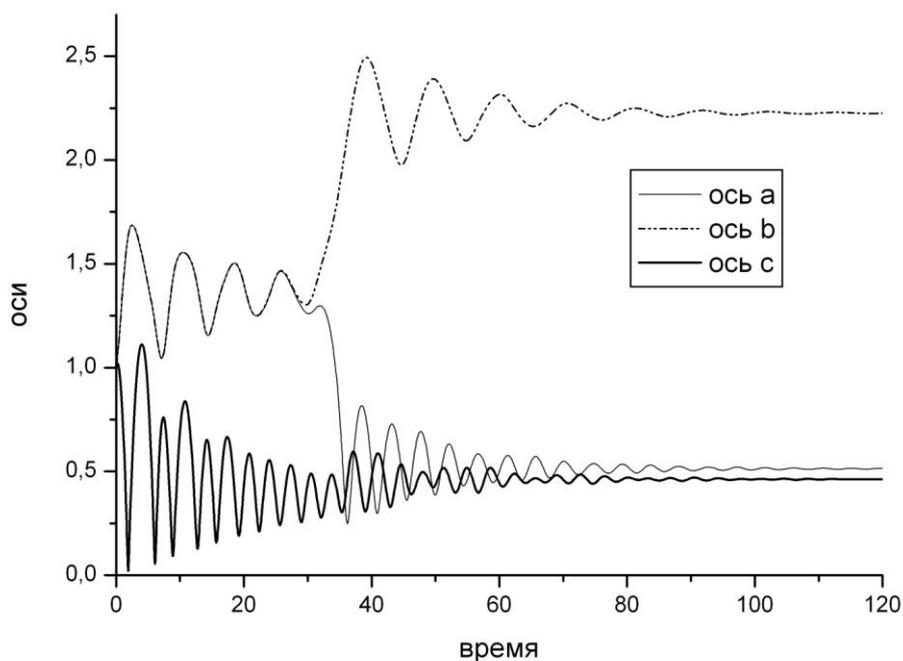


Рис. 1. Развитие неустойчивости при большом угловом моменте и формирование стационарной трехосной фигуры. На графике приведены безразмерные величины.

В четвертом параграфе исследованы равновесные конфигурации и устойчивость. Найдена точка неустойчивости сжимающегося сфероида Маклорена относительно перехода в трехосный эллипсоид, в виде уравнения

$$\frac{\arccos k}{\sqrt{1-k^2}} = \frac{k(13-10k^2)}{3+8k^2-8k^4}, \quad (4)$$

решение которого $k=0,582724$ ($e=\sqrt{1-c^2/a^2}=0,81267$) определяет точку

бифуркации на последовательности сфероидов Маклорена. Для однородного сфероида положение этой точки не зависит от показателя адиабаты. Согласно гипотезе [21], устойчивость изолированной аксиально симметричной системы определяется отношением $U_{rot}/|U_g|$. Авторы определяют из численных экспериментов критическое значение для различных конфигураций как $0,14 \pm 0,03$. В статье [22] найдено, что в сжимающихся сфероидах развивается вековая неустойчивость к трехосным деформациям в точке, где $U_{rot}/|U_g| = 0,1375$. Наша формула дает такой же результат, который также подтверждается нашими численными экспериментами.

В пятом параграфе сформулированы основные результаты этой главы и оценено излучение гравитационных волн в процессе коллапса и образования крупномасштабной структуры Вселенной в темной материи.

Во **второй главе**, состоящей из пяти параграфов, рассмотрена динамика невращающихся несферических конфигураций.

В первом параграфе записана функция Лагранжа трехосного однородного невращающегося эллипсоида и выведены уравнения движения для его осей. В данной главе мы исследуем стабилизирующий эффект несферичности на коллапс в сингулярность, происходящий в случае сферы. Мы рассматриваем уравнение состояния $P = K\rho^\gamma$, с $\gamma = 4/3$. В случае $\gamma = 4/3$ сферическая звезда коллапсирует в сингулярность при достаточно малом K , и мы показываем здесь, как отклонения от сферической формы предотвращают формирование какой-либо сингулярности. Функция Лагранжа эллипсоида записывается аналогично тому, как это делается в главе 1.

Во втором параграфе записаны уравнения движения и гамильтониан для сфероида. Обезразмеривание проведено так, что для сферы равновесие соответствует значению $\varepsilon_{eq} = 1$.

В третьем параграфе мы приводим результаты численного решения уравнений. Результаты численных расчетов для сферы: $\varepsilon = 1$ – полная энергия равна нулю ($H = 0$), радиус произволен; $\varepsilon < 1$ – сфера коллапсирует в сингулярность; $\varepsilon > 1$ – разрушение звезды с разлетом на бесконечность. Для сфероида же получаем: $\varepsilon = 0$ – слабая сингулярность, образование блина; $\varepsilon > 0$ – коллапса в сингулярность не происходит: при $\varepsilon \geq 1$ полная энергия $H > 0$ – происходит разлет на бесконечность; при $\varepsilon < 1$ полная энергия $H < 0$ – устанавливается колебательный режим, и сфероид динамически стабилизируется относительно коллапса в сингулярность. Причем в зависимости от начальных условий колебания могут быть как регулярными периодическими, так и хаотическими.

В четвертом параграфе дается описание метода сечения Пуанкаре [23], который мы используем для исследования регулярной и хаотической динамики; мы получаем диаграммы Пуанкаре для различных значений полной энергии H (рис. 2).

В пятом параграфе приводится обсуждение результатов. Основной вывод, следующий из наших вычислений, состоит в том, что формирование сингулярности в неустойчивых ньютоновских самогравитирующих газовых телах имеет вырожденный характер. Только чисто сферические модели могут коллапсировать в сингулярность, а любой вид несферичности приводит к нелинейной стабилизации коллапса и образованию регулярно или хаотически осциллирующего тела. Этот вывод справедлив для всех неустойчивых уравнений состояния, а именно, для адиабат с $\gamma < 4/3$. В добавление к случаю $\gamma = 4/3$ мы рассчитали динамику модели с $\gamma = 6/5$ и получили подобные результаты. В реальности наличие диссипации приводит к затуханию осцилляций и, в итоге, к коллапсу невращающихся моделей, в том случае, когда полная энергия тела отрицательна.

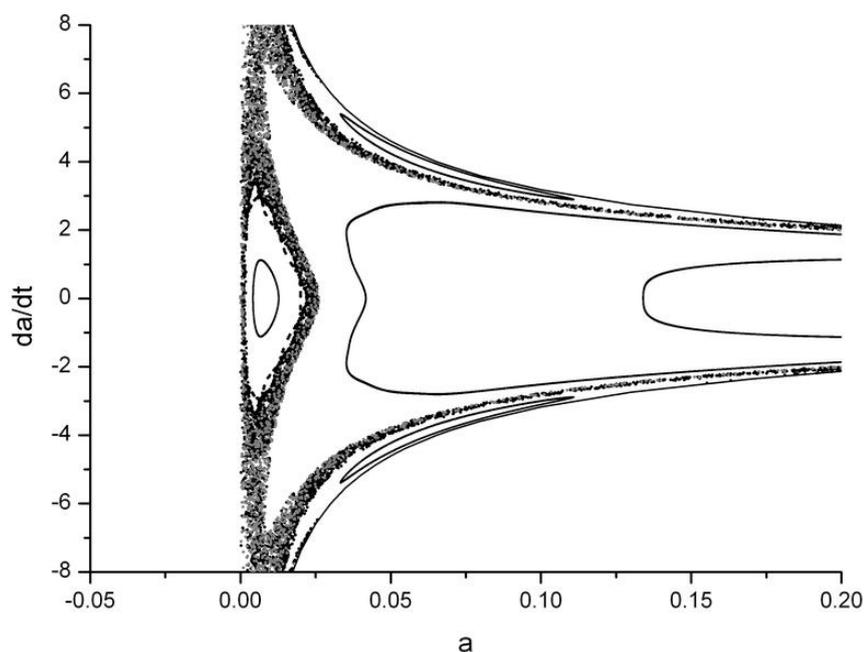


Рис. 2. Пример диаграммы Пуанкаре для четырех регулярных и двух хаотических траекторий. На графике отложены безразмерные величины, a – полуось сфероида.

В реальности сфероид в процессе движения становится трехосным эллипсоидом. Качественно мы получаем такие же результаты для расчетов с трехосными фигурами. В рамках общей теории относительности динамическая стабилизация за счет нелинейных несферических осцилляций не может быть универсальной. Когда размер

тела достигает гравитационного радиуса, стабилизация невозможна для любого γ . Тем не менее, нелинейная стабилизация может произойти на больших радиусах, так что будет происходить стабилизация коллапса за счет несферичности, и после затухания колебаний звезда сколлапсирует в черную дыру.

В **третьей главе**, состоящей из четырех параграфов, рассмотрено сильное гравитационное линзирование на шварцшильдской черной дыре. В первом параграфе приведены основные понятия гравитационного линзирования, выведено уравнение линзирования для точечной линзы, общее уравнение линзирования, вводится понятие усиления. Во втором параграфе выведено выражение для точного угла отклонения фотона при движении в шварцшильдской метрике, подробно описано сведение выражения для точного угла отклонения к эллиптическим интегралам. Также рассмотрены предельные случаи: приближения слабого и сильного отклонения. В третьем параграфе исследуются свойства релятивистских колец, возникающих в изображении источника при наличии черной дыры между источником и наблюдателем (рис. 3). Рассчитаны прицельные параметры, угловые размеры и коэффициенты усиления (отношение потоков от изображения линзированного источника к нелинзированному). Численные оценки показывают, что коэффициенты усиления для релятивистских колец много меньше единицы. В четвертом параграфе проведено исследование влияния поля черной дыры на изотропное излучение звезды.

В **четвертой главе**, состоящей из двух параграфов, рассмотрено гравитационное линзирование на гравитационной волне в вакууме.

В первом параграфе из уравнения геодезической линии выведено выражение для угла отклонения фотона, движущегося в слабом гравитационном поле (ср. с [9], [7]).

Вычислим отклонение фотона плоским гравитационно-волновым импульсом. Рассмотрим световой луч, распространяющийся под углом относительно направления распространения гравитационно-волнового пакета (рис. 4а). Форма гравитационно-волнового импульса – синусоидальная (верхняя часть синусоиды, с фазой, меняющейся от 0 до π , и с нулевыми возмущениями на границах). Полный угол отклонения оказывается равным нулю. Мы также рассмотрели несимметричные плоские волновые формы и получили численно, что обращение в нуль угла отклонения происходит и в этом случае.

Во втором параграфе показано, что, несмотря на равенство нулю угла отклонения, происходит смещение всей траектории фотона. Смещение

луча при прохождении через гравитационно-волновой пакет вычисляется аналитически и оказывается равным:

$$\Delta y = -h \frac{\delta \sin^3 \theta}{\pi (1 + \cos \theta)^2}, \quad (5)$$

где h – амплитуда гравитационно-волнового импульса, δ – его пространственная ширина.

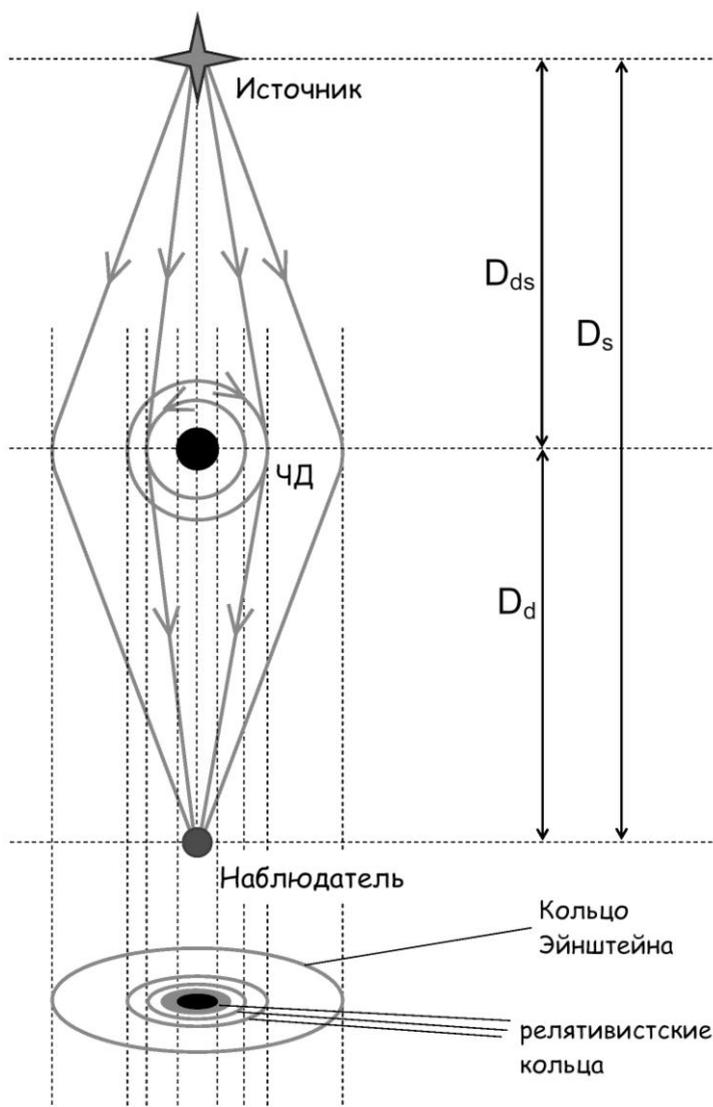


Рис. 3. Кольцо Эйнштейна и релятивистские кольца.

Наблюдательный эффект, вызываемый таким смещением луча, – смещение углового положения источника (рис. 4б):

$$\Delta \alpha_d = \frac{\Delta y}{D_s} \cong \frac{h\delta}{D_s}, \quad (6)$$

где D_s – расстояние между источником и наблюдателем. Оценим изменение углового положения для гравитационно-волновых импульсов, образующихся в процессе формирования крупномасштабной структуры

Вселенной в темной материи (см. главу 1). Для оценок мы берем $h=10^{-11}$, $\delta=1$ Мпк, $D_s=100$ Мпк, тогда получаем, что $\Delta\alpha_d \cong 2 \cdot 10^{-8}$ угл.с.

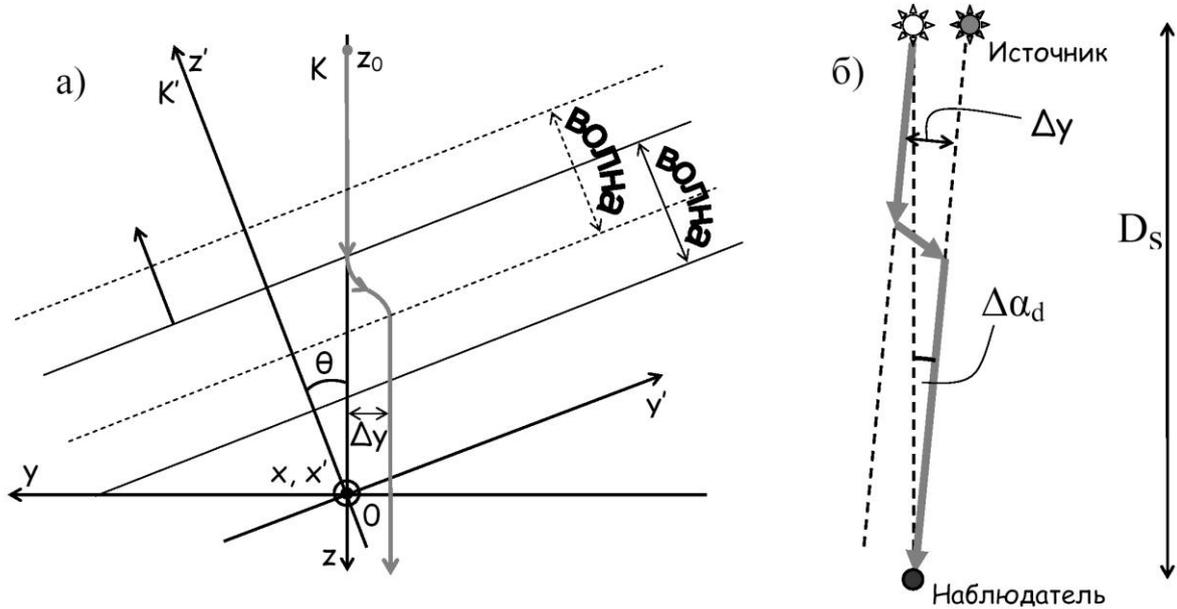


Рис. 4. Гравитационное линзирование на гравитационной волне: а) прохождение фотона через гравитационную волну. Положения гравитационно-волнового пакета в момент входа и выхода фотона показаны сплошной и пунктирной линиями соответственно; б) наблюдательный эффект смещения в траектории фотона.

В **пятой главе**, состоящей из трех параграфов, рассмотрено гравитационное линзирование в плазме.

В первом параграфе выводится выражение для угла отклонения фотона в слабом гравитационном поле в неоднородной плазме.

Рассмотрим статическое пространство-время, предполагая малое возмущение h_{ik} плоской метрики, и в этом гравитационном поле статическую неоднородную плазму с показателем преломления n . Этот показатель определяется пространственным положением x^α и частотой фотона $\omega(x^\alpha)$, которая зависит от пространственных координат вследствие наличия гравитационного поля (гравитационное красное смещение):

$$n^2 = 1 - \frac{\omega_e^2}{[\omega(x^\alpha)]^2}, \quad \omega_e^2 = \frac{4\pi e^2 N(x^\alpha)}{m}. \quad (7)$$

Мы обозначаем $\omega(\infty) = \omega$, e - заряд электрона, m - масса электрона, $N(x^\alpha)$ - концентрация электронов в неоднородной плазме, ω_e - электронная плазменная частота. Предположим, что $N(x^\alpha) = N_0 + N_1(x^\alpha)$, $N_0 = \text{const}$, $N_1(\infty) = 0$.

Здесь N_1 предполагается малым по сравнению с N_0 .

Геометрическая оптика в среде в искривленном пространстве-

времени была исследована в [17], где получено, что в статическом случае соотношение между фазовой скоростью u , 4-импульсом фотона p^i , записанное с использованием показателя преломления среды n , $n = c/u$ (c – скорость света в вакууме), имеет вид (уравнение среды):

$$\frac{c^2}{u^2} = n^2 = 1 + \frac{p_i p^i}{\left(p_0 \sqrt{-g^{00}}\right)^2}. \quad (9)$$

Траектории фотона в присутствии гравитационного поля могут быть найдены с помощью вариационного принципа [17]

$$\delta \left(\int p_i dx^i \right) = 0, \quad (10)$$

с дополнительным ограничением (9).

Рассмотрим фотон, движущийся искривленном пространстве-времени в плазме с показателем преломления (7). Интегрируя уравнения для 4-импульса фотона, получаем выражение для угла отклонения.

Во втором параграфе исследуются различные частные случаи.

В однородной среде без дисперсии, с показателем преломления $n = const \geq 1$, не зависящим от частоты ω , мы получаем, что постоянный показатель преломления сокращается, и траектория фотона – такая же, как и в вакууме в присутствии гравитационного поля, несмотря на то, что скорость распространения света в веществе ниже.

В однородной плазме в слабом шварцшильдовском поле мы получаем для угла отклонения (R_S - шварцшильдовский радиус, b - прицельный параметр фотона):

$$\hat{\alpha} = \frac{R_S}{b} \left(1 + \frac{1}{1 - \omega_e^2 / \omega^2} \right). \quad (11)$$

Таким образом, впервые показано, что даже в однородной плазме угол отклонения фотона отличается от вакуумного и при этом зависит от частоты фотона.

Рассмотрим слабо неоднородную плазму в шварцшильдовском гравитационном поле в случае, когда концентрация плазмы на бесконечности $N(\infty) = 0$. Неоднородность плазмы мы считаем малой (отклонения показателя преломления от единицы малы). В таком приближении мы получаем отдельное рассмотрение эффектов гравитационного отклонения в вакууме и отклонения за счет неоднородности среды. Подобный случай неоднородной плазмы в шварцшильдовской метрике был рассмотрен в [24], [16], [6].

В третьем параграфе подробно обсуждается эффект зависимости угла отклонения фотона в гравитационном поле в однородной плазме от частоты фотона (11). Это выражение переходит в угол отклонения для

вакуума $2R_g/b$ при $\omega \rightarrow \infty$. Для более низких частот угол отклонения может быть много больше, чем в вакууме. Такой эффект существен только для фотонов с радиочастотами, таким образом, гравитационная линза в плазме действует как гравитационный радиоспектрометр. Световые сигналы распространяются с групповой скоростью; меньшей групповой скорости (меньшей частоте и большей длине волны) соответствует больший угол отклонения.

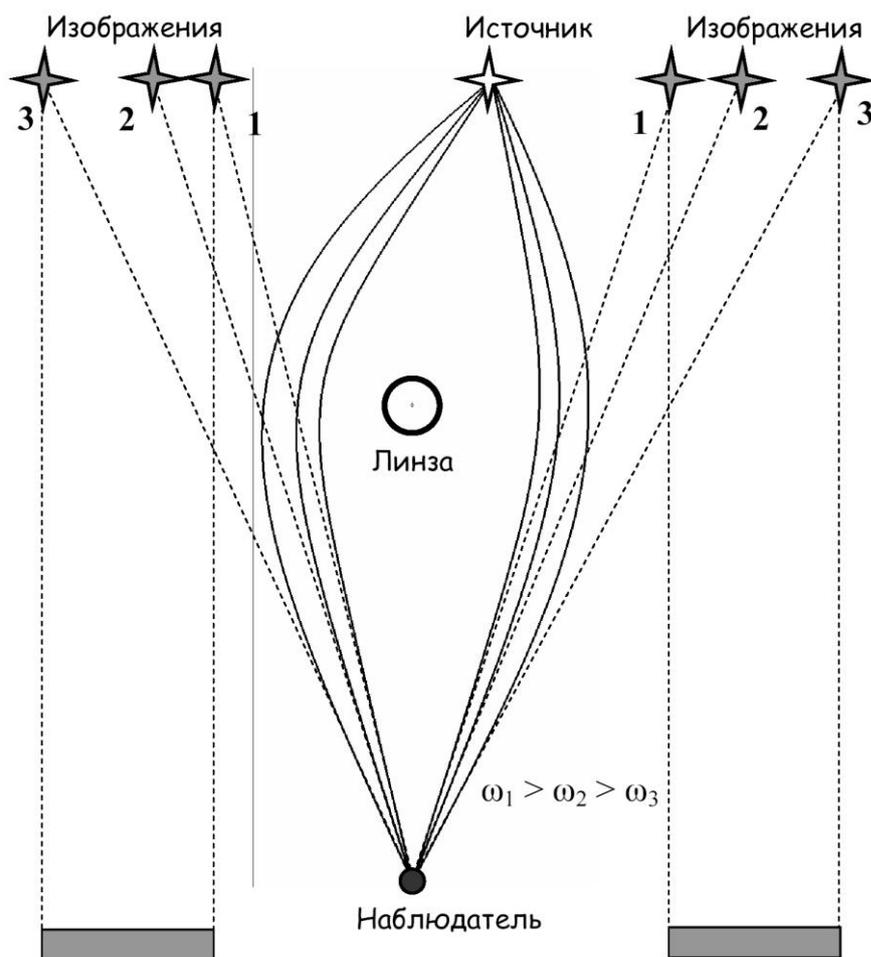


Рис. 5. Линзирование точечного источника шварцшильдовской гравитационной линзой в однородной плазме. Вместо двух точечных изображений (линзирование в вакууме) мы получаем две полосы-изображения. Пары изображений, соответствующих одной и той же частоте, обозначены одинаковыми номерами. Два изображения с номерами 1 соответствуют линзированию в вакууме.

Наблюдательный эффект частотной зависимости можно легко объяснить на примере линзирования на шварцшильдовской точечной линзе. Зависимость угла отклонения от частоты плазмы приводит к тому, что вместо двух сосредоточенных изображений со сложным спектром мы будем наблюдать изображения в виде двух линий, образованных фотонами с различными частотами, которые отклоняются

на разные углы (рис.5).

Характерное угловое расстояние между изображениями источника зависит от закона линзирования. Различие в характерном угловом расстоянии α_0 между изображениями (между случаями вакуума и плазмы) задается выражением:

$$\frac{\delta\alpha_0}{\alpha_0} \cong 2 \cdot 10^7 \frac{N_e}{\nu^2}, \quad (12)$$

где ν – это частота фотона (Гц), $\omega = 2\pi\nu$.

Эффект предложен для наблюдения в международном проекте "Радиоастрон" (АКЦ ФИАН). Для изображений квазаров характерное угловое расстояние – порядка 1 угл. с. Для наименьшей частоты "Радиоастрона" $\nu = 327 \cdot 10^6$ Гц угловое различие между вакуумным и плазменным случаями порядка 10^{-5} угл. с. (для квазаров) будет при концентрации плазмы $N_e \cong 50\,000 \text{ см}^{-3}$.

Усиление зависит от угла отклонения луча. Поэтому различные изображения могут иметь различный спектр в радио диапазоне, когда лучи распространяются через области с различной плазменной частотой. Таким образом, наблюдательные следствия эффекта частотной зависимости (11) следующие: 1) спектры точечных изображений могут отличаться в области длинных волн, 2) протяженные объекты могут иметь различный спектр вдоль изображения.

В **заключении** сформулированы основные результаты и выводы диссертационной работы.

Основные результаты и выводы

1. Исследована приближенная динамика формирования крупномасштабной структуры Вселенной в темной материи. Развита физико-математическая модель для коллапса однородного вращающегося сжимающегося трехосного эллипсоида. Получены уравнения движения для его осей, в которых бурная релаксация и потери массы, энергии и углового момента учитываются феноменологически. Система уравнений решена численно, вплоть до формирования стационарных вращающихся фигур в случае релаксации. Получено, что при малом угловом моменте формируется сплюснутый сфероид, в то время как при больших моментах происходит развитие трехосной неустойчивости и формирование трехосного эллипсоида. Точка неустойчивости сжимающихся сфероидов Маклорена относительно перехода в трехосный эллипсоид найдена аналитически в виде простой формулы, численное и аналитическое рассмотрение

приводят к одинаковым результатам.

2. Исследована ньютоновская динамика самогравитирующего невращающегося сфероидального объекта после потери устойчивости. Показано, что формирование сингулярности в ньютоновских самогравитирующих газовых телах с неустойчивым уравнением состояния имеет вырожденный характер: только чисто сферические модели могут коллапсировать в сингулярность, любое отклонение от сферической симметрии останавливает сжатие за счет стабилизирующего действия нелинейных несферических колебаний (как регулярных, так и хаотических). В реальности присутствие диссипации ведет к затуханию таких колебаний, и в итоге, к коллапсу невращающихся объектов, в случае когда полная энергия тела отрицательна. Детальный анализ нелинейных колебаний выполнен с использованием диаграмм Пуанкаре.

3. Изучено сильное гравитационное линзирование на Шварцшильдской черной дыре. Исследованы свойства релятивистских колец, возникающих в изображении источника, при наличии черной дыры между источником и наблюдателем. Рассчитаны прицельные параметры, а также расстояния минимального сближения лучей, образующих релятивистские кольца, их угловые размеры и коэффициенты "усиления", которые оказываются много меньше единицы.

4. Исследовано гравитационное линзирование на гравитационной волне. Показано, что, хотя начальное и конечное направления фотонов совпадают, происходит сдвиг между начальной и конечной траекториями. Это смещение вычислено аналитически для плоского гравитационно-волнового импульса. Сделаны оценки для наблюдательного эффекта линзирования на очень длинных волнах, излучающихся в процессе формирования крупномасштабной структуры Вселенной в темной материи.

5. Развита физико-математическая модель гравитационного линзирования в плазме. Выведены выражения для угла отклонения фотона в плазме. Получено, что если гравитационная линза окружена плазмой, то траектория фотона зависит от его частоты вследствие дисперсии плазмы. Показано, что даже в однородной плазме угол линзирования зависит от частоты фотона, это приводит к тому, что гравитационная линза действует подобно гравитационному радиоспектрометру. Получена аналитическая формула для угла отклонения в случае линзирования в шварцшильдской метрике в плазме. Обсуждаются возможные наблюдательные эффекты, наиболее сильно проявляющиеся для частот, близких к плазменной, что соответствует очень длинным радиоволнам.

Основные результаты работы опубликованы в 9 статьях, из них: 5 статей в журналах, рекомендованных ВАК, 1 статья - в рецензируемом журнале и 3 статьи - в трудах международных конференций. Результаты работы представлены также в 11 тезисах докладов российских и международных конференций.

Публикации

1. Bisnovatyi-Kogan G.S., **Tsupko O.Yu.** Approximate dynamics of dark matter ellipsoids // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2005. V.364. P.833.

2. Bisnovatyi-Kogan G.S., **Tsupko O.Yu.** A simplified model of the formation of structures in dark matter // Astronomical and Astrophysical Transactions. 2005. V.24. N.5. P.377.

3. Bisnovatyi-Kogan G.S., **Tsupko O.Yu.** Strong gravitational lensing by Schwarzschild black holes // Astrophysics. 2008. V.51. Issue 1. P.99.

4. Bisnovatyi-Kogan G.S., **Tsupko O.Yu.** Gravitational lensing by gravitational waves // Gravitation and Cosmology. 2008. V.14. N.3. P.226.

5. Bisnovatyi-Kogan G.S., **Tsupko O.Yu.** Dynamic stabilization of non-spherical bodies against unlimited collapse // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2008. V.386. P.1398.

6. Bisnovatyi-Kogan G.S., **Tsupko O.Yu.** Approximate Dynamics of Dark Matter Ellipsoids // In: Proceedings of the Eleventh Marcel Grossmann Meeting on General Relativity / Ed. by H. Kleinert, R.T. Jantzen and R. Ruffini, World Scientific, Singapore, 2008. P.2331.

7. Bisnovatyi-Kogan G.S., **Tsupko O.Yu.** Gravitational lensing by gravitational wave pulse // In: Proceedings of the Manchester Microlensing Conference: The 12th International Conference and ANGLES Microlensing Workshop / Eds. by E. Kerins, S. Mao, N. Rattenbury and L. Wyrzykowski, SISSA, Proceedings of Science, 2008. P.63
(http://pos.sissa.it/archive/conferences/054/063/GMC8_063.pdf).

8. Bisnovatyi-Kogan G.S., **Tsupko O.Yu.** The Dynamics of Non-Symmetrically Collapsing Stars // In: G. Contopoulos, P.A. Patsis, Chaos in Astronomy, Astrophysics and Space Science Proceedings, Springer, Berlin Heidelberg, 2009. P.461.

9. Bisnovatyi-Kogan G.S., **Tsupko O.Yu.** Gravitational radiospectrometer // Gravitation and Cosmology. 2009. V.15. N.1. P.20.

Литература

1. Bisnovatyi-Kogan G.S. A simplified model of the formation of structures in dark matter and a background of very long gravitational waves // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 2004. V.347. P.163.
2. Chandrasekhar S. *Ellipsoidal Figures of Equilibrium*, Yale University Press, New Haven and London, 1969.
3. Зельдович Я.Б. Распад однородного вещества на части под действием тяготения // *Астрофизика*. 1970. Т.6. С.319.
4. Schneider P., Ehlers J., Falco E. *Gravitational lensing*. Springer-Verlag, Berlin, 1992.
5. Schneider P., Kochanek C., Wambsganss J. *Gravitational Lensing: Strong, Weak and Micro* // *Saas-Fee Advanced Course 33, Swiss Society for Astrophysics and Astronomy Series: Saas-Fee Advanced Courses, Number 33*, Berlin, Springer, 2006.
6. Блюх П.В., Минаков А.А. *Гравитационные линзы*. Киев: Наукова Думка, 1989.
7. Faraoni V. Nonstationary gravitational lenses and Fermat principle // *Astrophys. J.* 1992. V.398. P.425.
8. Braginsky V.B., Kardashev N.S., Polnarev A.G., Novikov I.D. Propagation of electromagnetic radiation in a random field of gravitational waves and space radio interferometry // *Nuovo Cimento B*. 1990. V.105. P.1141.
9. Damour T., Esposito-Farèse G. Light deflection by gravitational waves from localized sources // *Phys. Rev. D*. 1998. V.58. P.042001.
10. Darwin C. The Gravity Field of a Particle // *Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Mathematical and Physical Sciences*. 1959. V.249 (1257). P.180.
11. Virbhadra K.S., Ellis G.F.R. Schwarzschild black hole lensing // *Phys. Rev. D* 2000. V.62 P.084003.
12. Bozza V., Capozziello S., Iovane G., Scarpetta G. Strong Field Limit of Black Hole Gravitational Lensing // *General Relativity and Gravitation*. 2001. V.33. P.1535.
13. Bozza V. Gravitational lensing in the strong field limit // *Phys. Rev. D*. 2002. V.66. P.103001.
14. Bozza V., Sereno M. Weakly perturbed Schwarzschild lens in the strong deflection limit // *Phys. Rev. D*. 2006. V.73. P.103004.
15. Misner C.W., Thorne K.S., Wheeler J.A. *Gravitation*, Freeman, New York, 1973.
16. Muhleman D.O., Ekers R.D., Fomalont E.B. Radio interferometric test of the general relativistic light bending near the Sun // *Phys. Rev. Lett.* 1970. V.24, N.24, P.1377.
17. Synge J.L. *Relativity: the General Theory*. North-Holland Publishing

Company, Amsterdam, 1960.

18. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М.: Наука, 1962.

19. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм и произведений. М.: Наука, 1971.

20. Lynden-Bell D. Statistical mechanics of violent relaxation in stellar system // Mon. Not. R. Astron. Soc. 1967. V.136. P.101.

21. Ostriker J.P., Peebles P.J.E. A numerical study of the stability of flattened galaxies: or, can cold galaxies survive? // Astrophys. J. 1973. V.186. P.467.

22. Shapiro S.L. The secular bar-mode instability in rapidly rotating stars revisited // Astrophys. J. 2004. V.613. P.1213.

23. Lichtenberg A.J., Lieberman M.A. Regular and Stochastic Motion, Springer-Verlag, New York, 1983.

24. Muhleman D.O., Johnston I.D., Radio propagation in the solar gravitational field // Phys. Rev. Lett. 1966. V.17. N.8. P.455.

055(02)2

Ротапринт ИКИ РАН
Москва, 117997, Профсоюзная 84/32

Подписано к печати 25.02.09

Заказ 2176 Формат 70x108/32 Тираж 100 0,9 уч.-изд. л.