

# **Разработка элементов системы численного моделирования процесса перемещения зубов под действием системы нагружения со стороны ортодонтического аппарата**

Докладчик: Полякова Т.В., асп.

Московский государственный институт электроники и математики. Факультет:  
«Прикладная математика». Кафедра: «Математическое моделирование».

Научный руководитель: д.т.н., профессор Чумаченко Е.Н.

# Моделирование перемещений зубов в костных тканях челюсти

Трудности моделирования процесса перемещения зуба во времени связаны с :

1. необходимостью дорогостоящего и трудоемкого экспериментального исследования процесса;
2. необходимостью автоматического контроля большого числа параметров процесса в локальных областях перестроения костных тканей;
3. необходимостью автоматического восстановления геометрии 3D-модели по данным томографических снимков перестроения костных тканей.

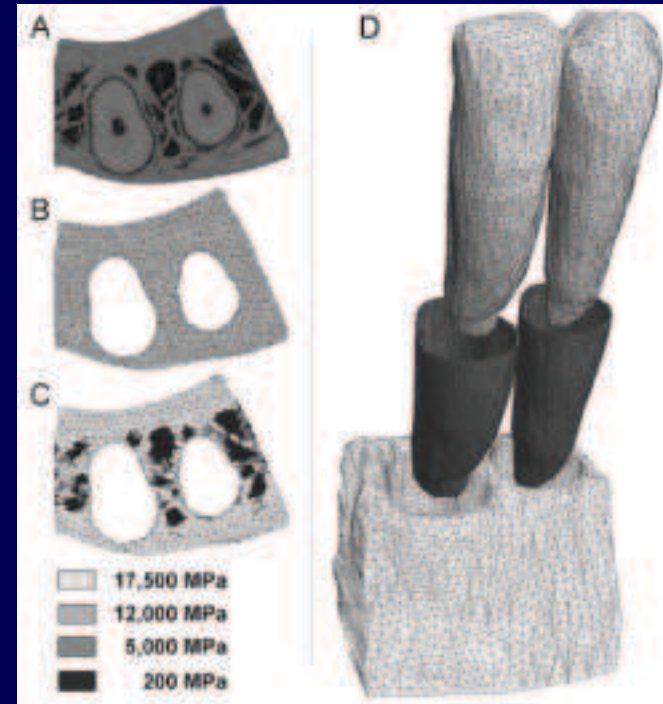


Рис. 1. Модель резцов нажней челюсти, построенная датскими учеными (P.M. Cattaneo, M. Dalstra, B. Melsen) А – томографический снимок; В – гомогенная модель костных тканей челюсти; С – модель, зависящая от плотности кости, построенная по томографическому снимку; D – восстановленная 3D-модель

## **Состав доклада**

---

- 1. Обзор моделей и методик численного моделирования процесса перемещения зубов под действием системы нагружения со стороны ортодонтического аппарата**
- 2. Анализ положения характерных точек зуба: центра сопротивления (ЦС) и центра вращения (ЦВ)**
- 3. Разработка системы проектирования стоматологических конструкций: основные подходы восстановления геометрии объекта и алгоритмы генерации объемной сетки для внутренних областей модели**
- 4. Обработка изображений в пакете Mimics**

## **Часть 1**

---

**Обзор моделей и методик численного моделирования  
процесса перемещения зубов под действием системы  
нагружения со стороны ортодонтического аппарата**

# Описание физического процесса перемещения зубов

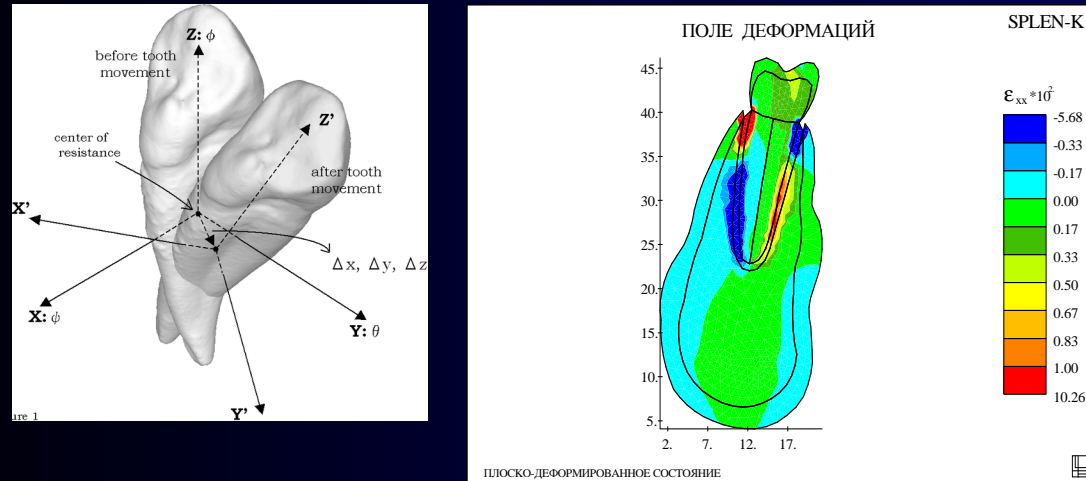


Рис. 2 Процесс начального перемещения зуба

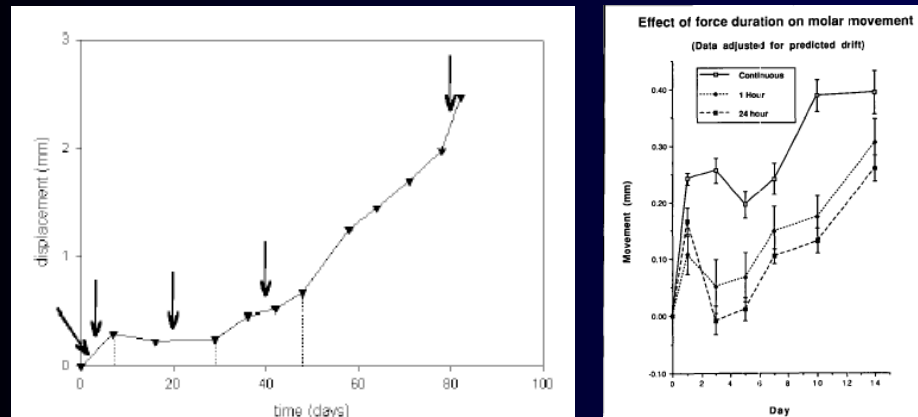


Рис. 3 Зависимости перемещения зуба от времени при фиксированной нагрузке

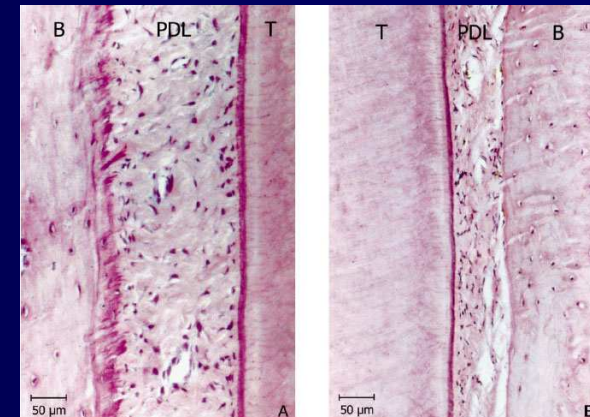


Рис. 4 Параллельный срез челюсти, показывающий физический процесс перестройки тканей

# Экспериментальные данные по перемещениям зуба

Перемещение зуба (мм)

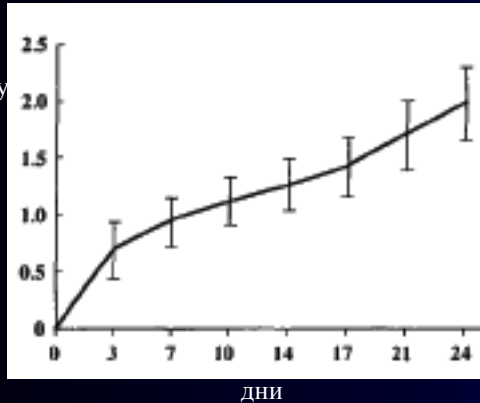


Рисунок А.1 — График, показывающий степень перемещения зуба от времени (Танн и соавторы [40]). Опыт по перемещению клыка верхней челюсти на 10 пациентах подросткового возраста дугой, развивающей ретракционную силу в 200 г

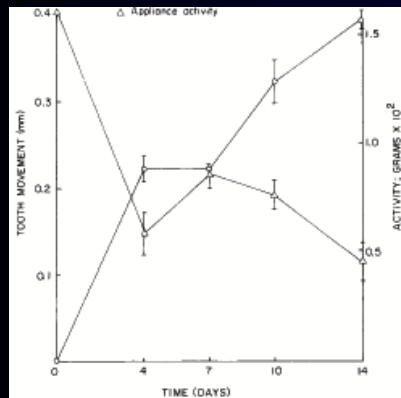


Рисунок А.4 — Степень активации устройства (Δ) и перемещение зуба (○) как функция времени (Кинг и соавторы [43]). Опыт по перемещению верхних моляров на 4 взрослых крысах (максимальное перемещение за единицу времени достигается при нагрузке 40 г)

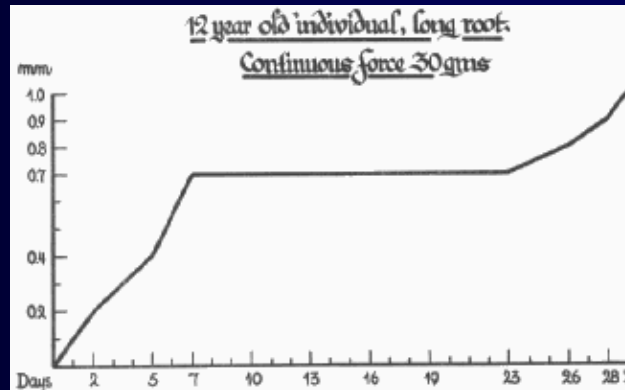


Рисунок А.2 — График, показывающий степень перемещения зуба от времени (K. Reitan [41]). Опыт по перемещению верхнего первого премоляра на пациенте 12-ти летнего возраста дугой, развивающей постоянную силу 30 г

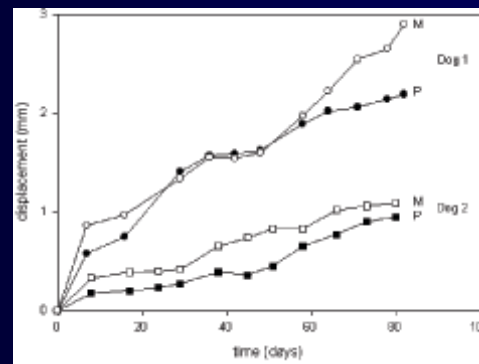


Рисунок А.5 — Кривые «перемещение-время» двух гончих (из экспериментов на 15 молодых собаках), показывающих индивидуальные различия в степени перемещения зуба с силой 300 сН (Мальта и соавторы [44]). Р -- премоляр, М – моляр

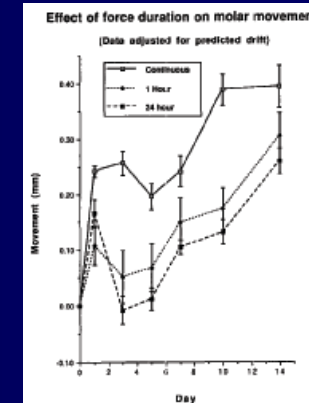


Рисунок А.3 — График, показывающий степень перемещения зуба от времени (Гибсон и соавторы [42]). Опыт по перемещению верхних моляров на 15 взрослых крысах дугой, развивающей постоянную силу 40 г

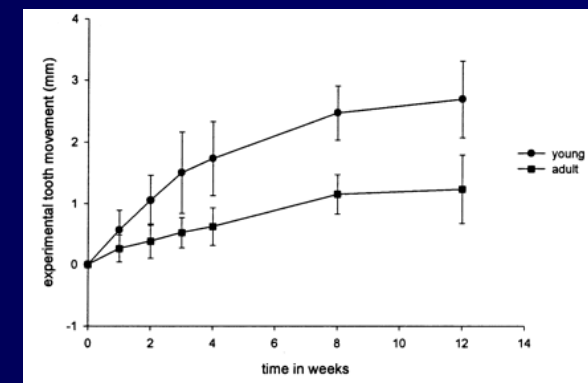


Рисунок А.6 — Кривые, показывающие различия в степени перемещения среди возрастных групп (Мальта и соавторы [45]). 2 группы крыс по 30 особей, сила 10 сН

# Экспериментальные данные по перемещениям зуба

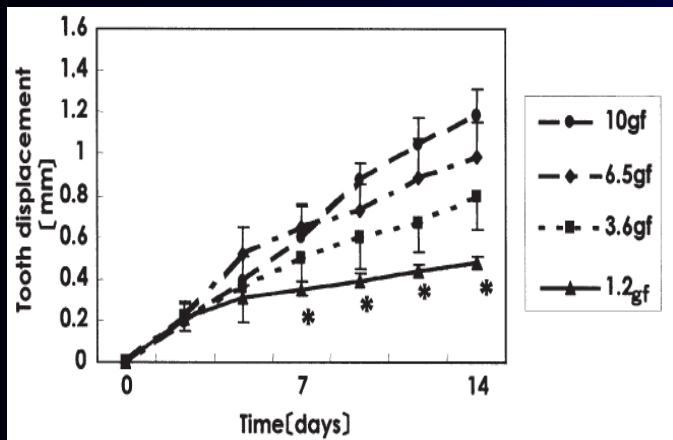


Рисунок А.7 — График, показывающий степень перемещения моляра от времени при легких нагрузках до 10 г у крыс; группа из 40 особей (экспериментальные данные из работы Сомы и соавторов [46])

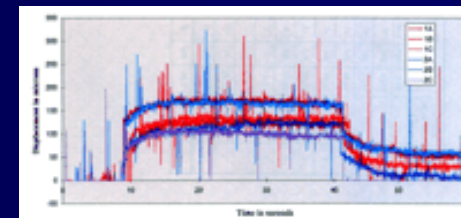


Рисунок А.8 — Типичный профиль перемещения резца в зависимости от времени в начальный момент времени (измерение подвижности зуба) и его изменения для различных пациентов [32]

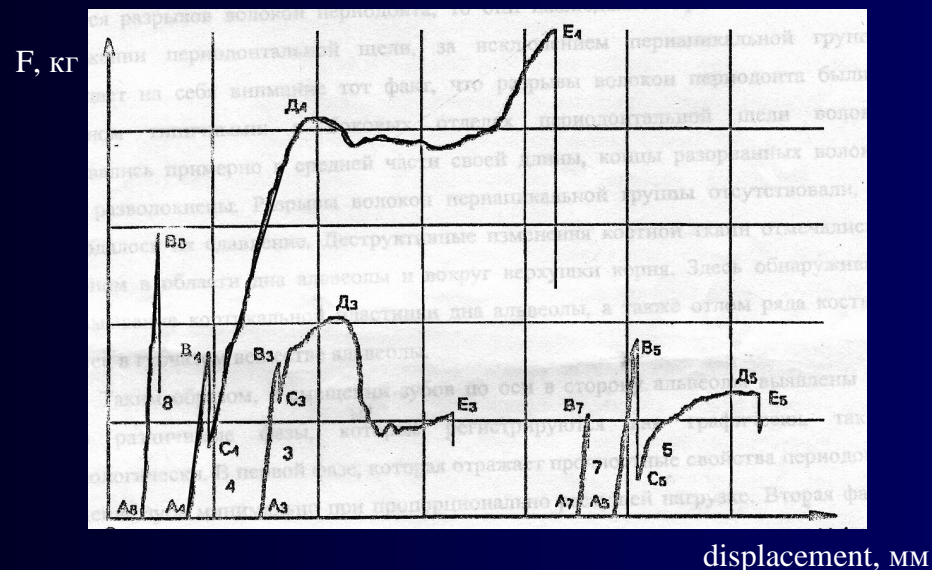


Рисунок А.9 — Диаграммы нагружения пяти резцов по оси [47]



## Исследование начальной подвижности зуба

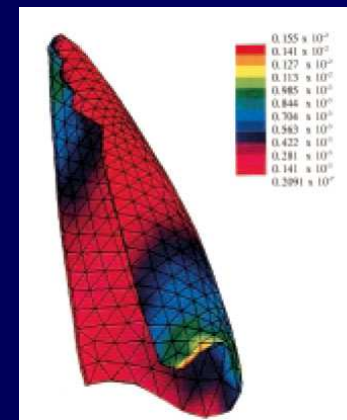
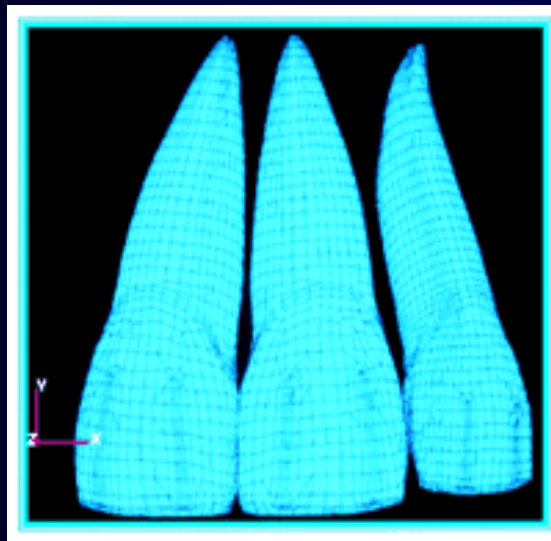
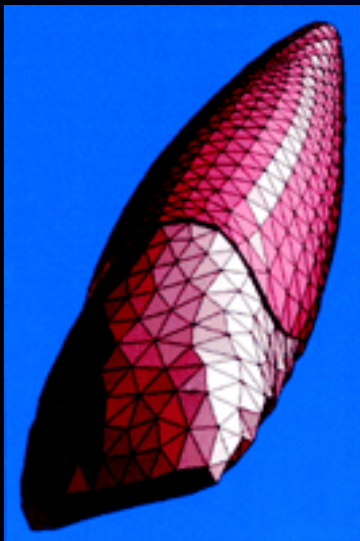
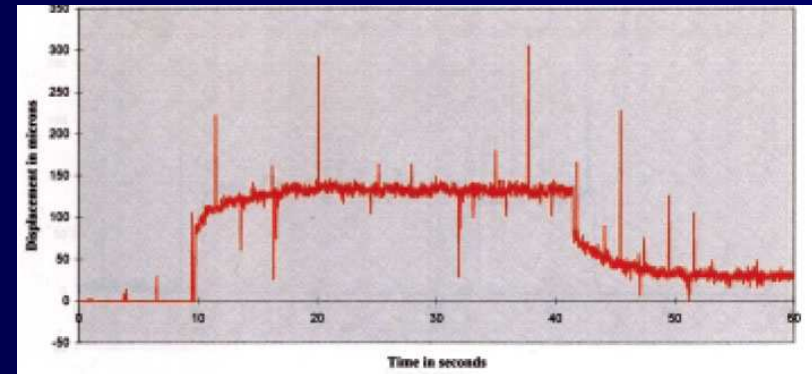


Рис. 4. Модель резцов пациента (M. L. Jones, J. Hickman, J. Middleton, C. Volp )

Рис. 5. Измеренный данные по перемещениям (микрон) и МКЭ-модель перемещения



## Моделирование физических свойств периодонтальной связки

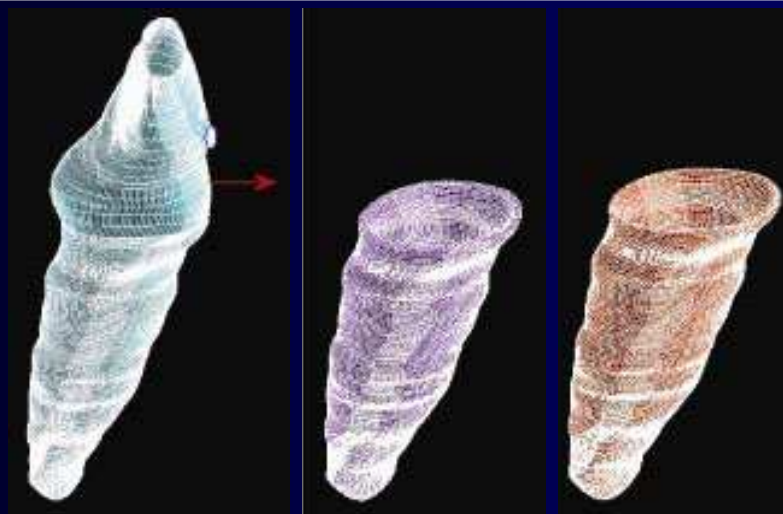


Рис. 6 Полученная на основе томографических данных модель (Dorow C., Schneider J., Sander F.G )

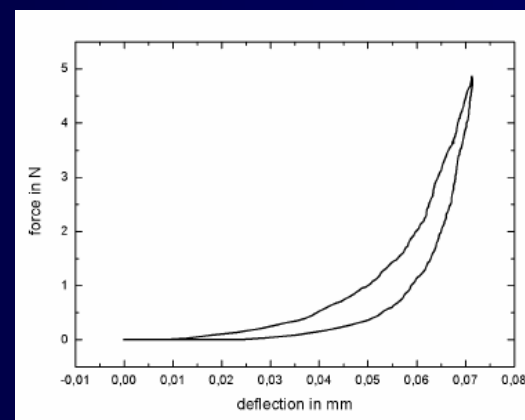
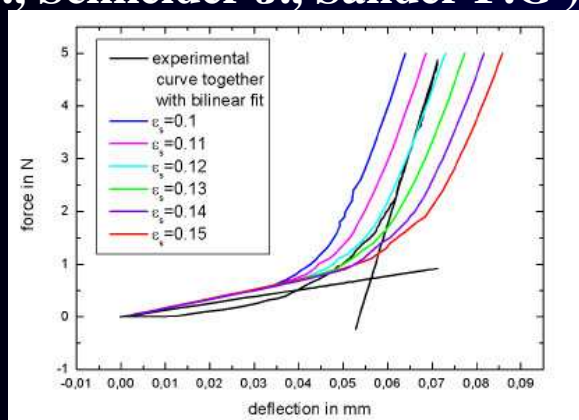


Рис. 7 Полученные зависимости усилий от перемещей и соответствующий им модуль Юнга

## Моделирование действия ортодонтического аппарата по ретракции резца



Рис.8. Установленная во рту пациента ортодонтическая дуга



Рис.9. Ортодонтический аппарат, с которого снимаются данные нагрузка-перемещение

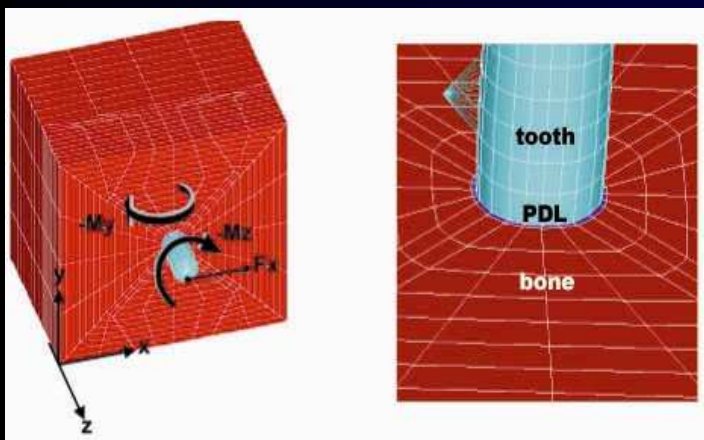


Рис.10. Моделирование процесса перемещения отдельно стоящего зуба с использованием ANSYS 5.5 (Schneider J., Geiger M., Sander F.G.)

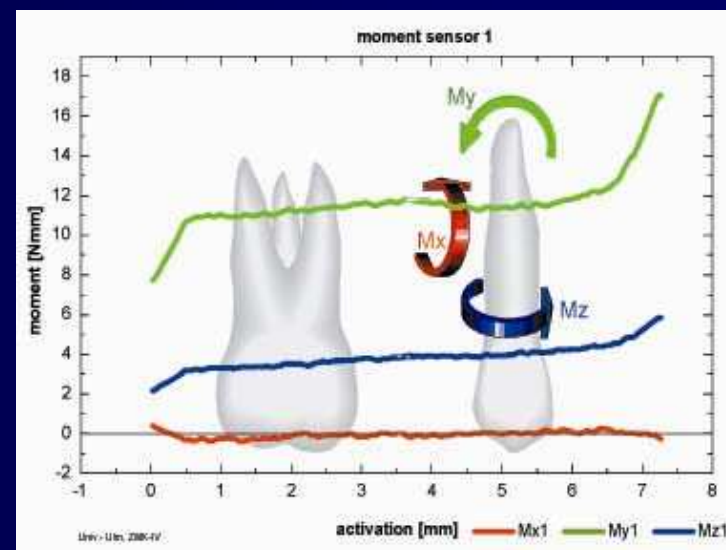
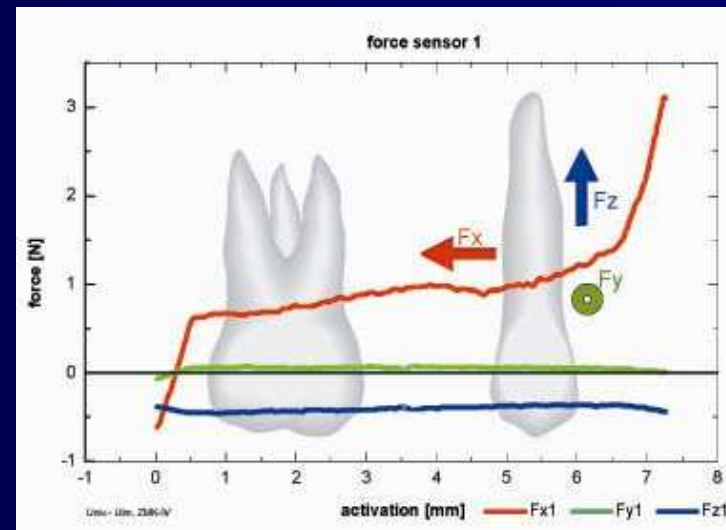


Рис.11. Полученные данные по системе 10 действующих на зуб сил

## Моделирование действия ортодонтической дуги

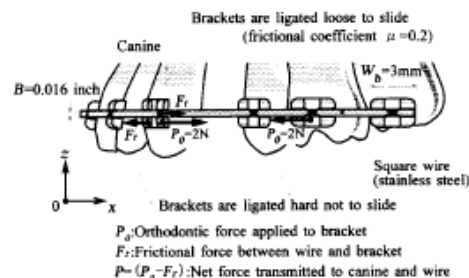
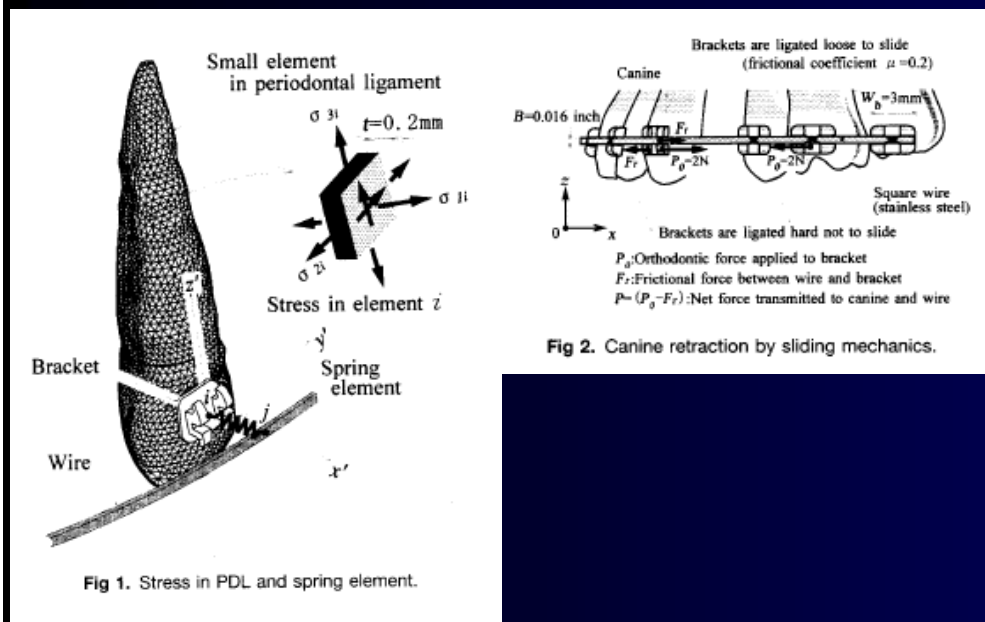


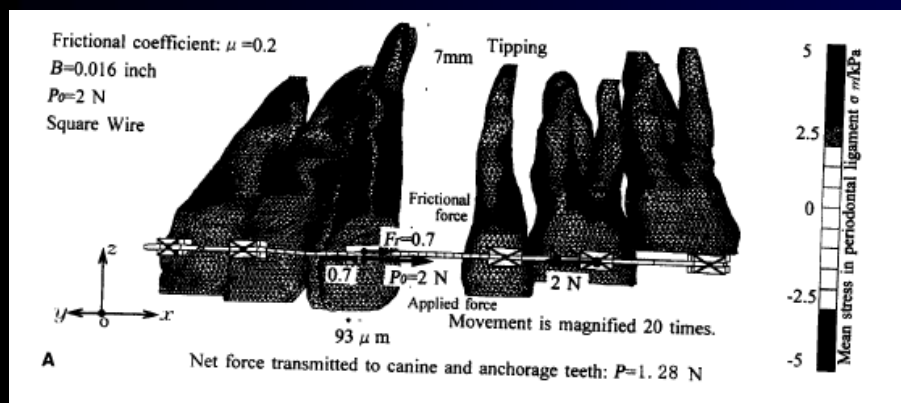
Fig 2. Canine retraction by sliding mechanics.

$$\Delta \varepsilon_{ii} = -C \sigma_{mi} \Delta T / t$$

$$\Delta \sigma_{ii} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \Delta \varepsilon_{ii}$$

Длительное перемещение зуба вычисляется по следующей инкрементной процедуре:

- (1) К зубу приложена нагрузка со стороны брекета, нагруженного усилиями, развиваемыми ортодонтической дугой; в момент времени  $T$ , вычисляются напряжения в периодонте и силы перемещения за малый промежуток времени;
- (2) Прикладывая к зубу рассчитанные силы перемещения, вычисляется позиция зуба в момент времени;
- (3) Вычисляется новая нагрузка на зуб, развиваемая ортодонтической дугой, и изменяются напряжения в периодонте (идем на шаг 1).



## Негомогенные модели

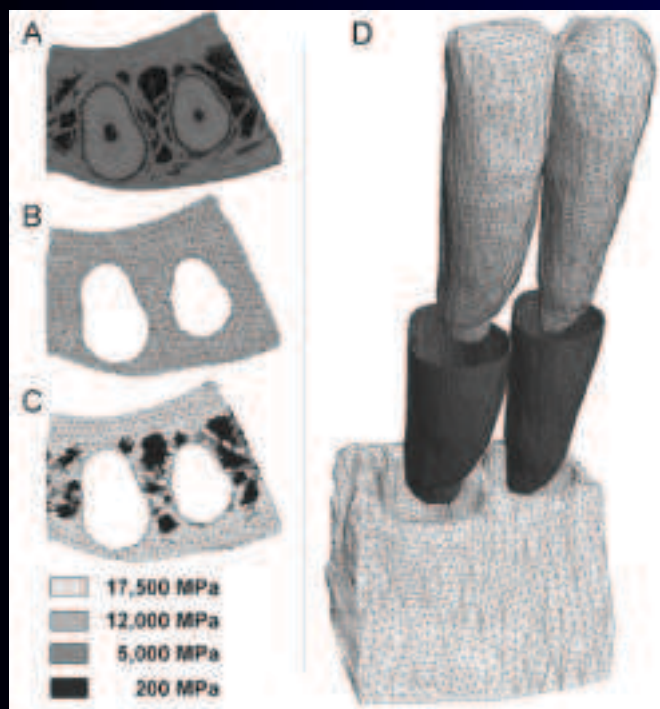
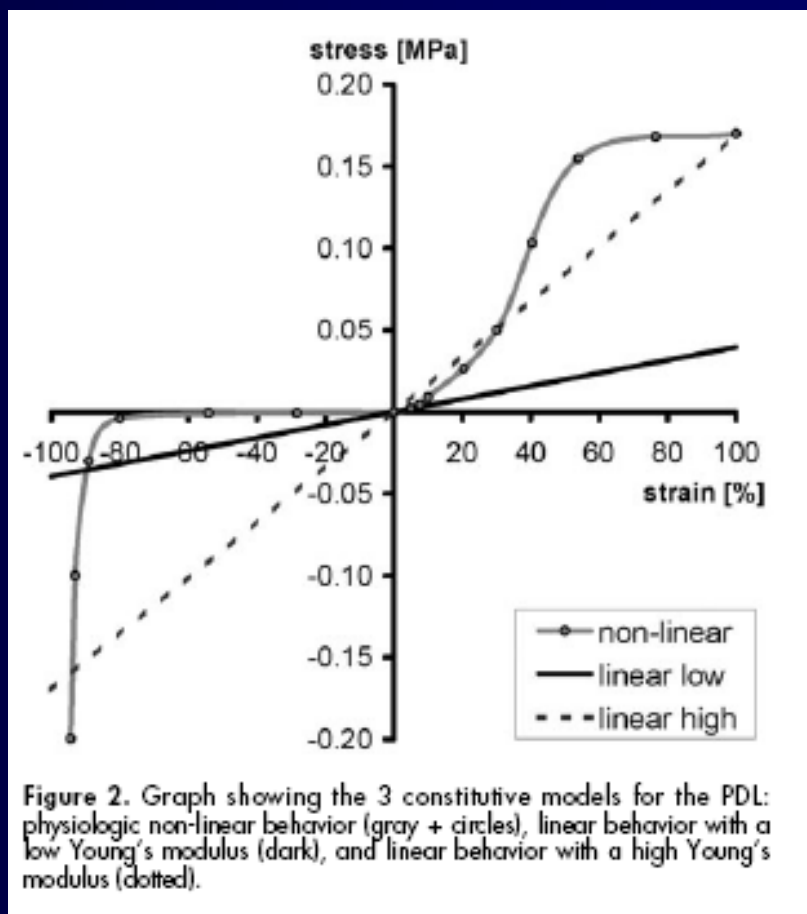


Рис. 12. Модель резцов нижней челюсти, построенная датскими учеными (Р.М. Cattaneo, М. Dalstra, В. Melsen) А – томографический снимок; В – однородная модель костных тканей челюсти; С – модель, зависящая от плотности кости, построенная по томографическому снимку; D – восстановленная 3D-модель



## Выводы

---

Для составления обзора было использовано 143 источника из них 62 на русском языке. На основе обзора по исследованиям механизма перемещения зубов в костных тканях челюсти и построенных моделей можно сделать следующий вывод: существует достаточно большое число работ, посвященное моделированию свойств периодонта в начальный момент перемещения зуба, в то же время процессы перестройки кости при длительном перемещении (в течение нескольких недель) менее исследованы, нет единого мнения как по механизму перестройки кости, так и по механическим свойствам материала в процессе перестройки кости челюсти (скорости перестройки).

## Часть 2

---

**Анализ положения характерных точек зуба: центра сопротивления (ЦС) и центра вращения (ЦВ)**



## Ортодонтическое перемещение зубов

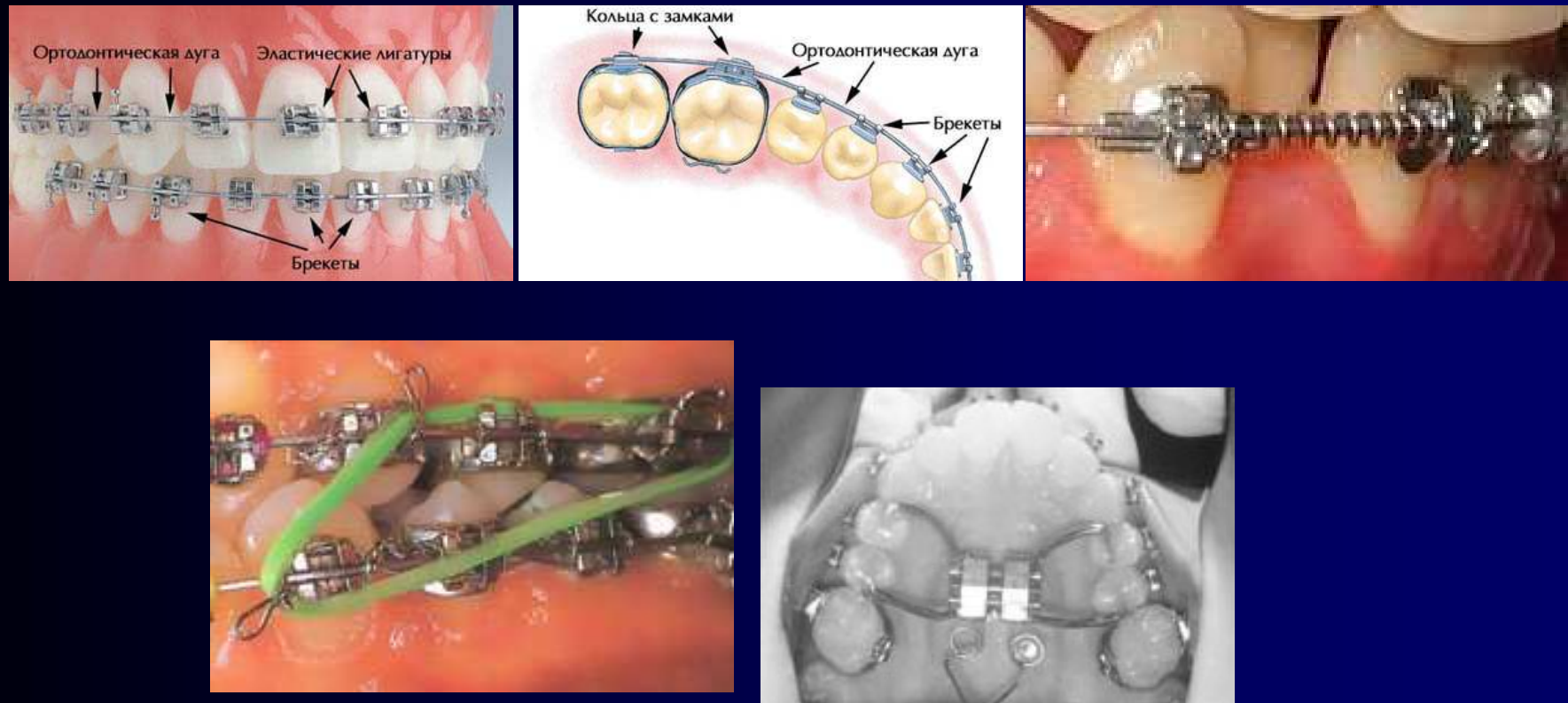


Рис.1. Несъемные ортодонтические аппараты

## Схематическое изображение перемещения зубов

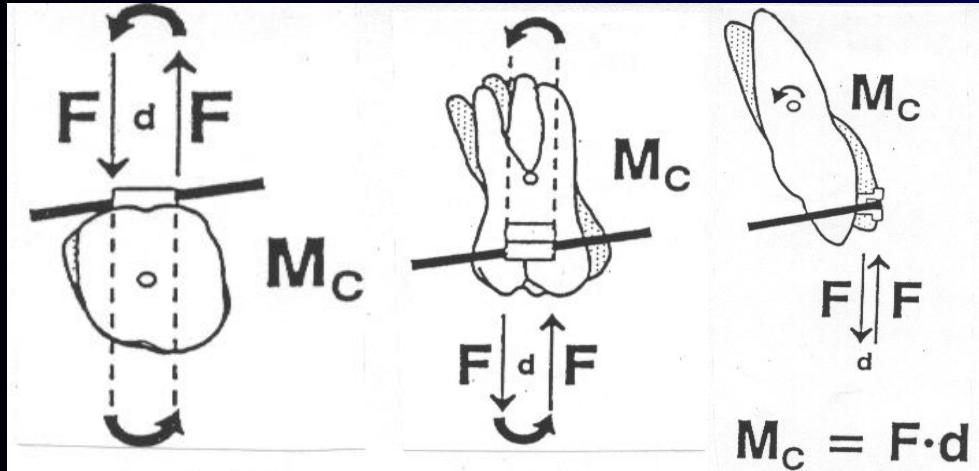


Рис. 2. Движение зуба под действием пары сил (поворот зуба без перемещения)

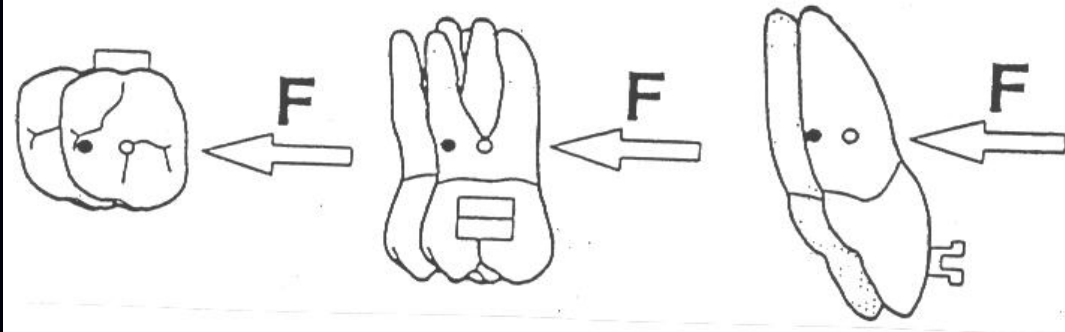


Рис. 3. Движение зуба под действием силы, линия действия которой проходит через ЦС (поступательное перемещение)

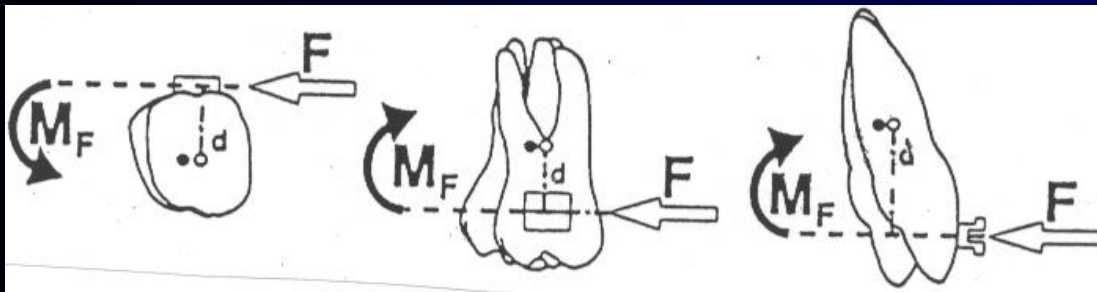


Рис. 4. Движение зуба под действием силы, линия действия которой не проходит через ЦС

Определение. Центром сопротивления зуба (ЦС) называется точка, жестко связанная с зубом и удовлетворяющая следующим условиям:

а) если  $R=0$ , то  $u(r_C)=0$  для любого  $M$  (если нагрузка приводится к паре сил, то зуб поворачивается вокруг ЦС),

б) если  $M = r_C \times R$ , то для любого  $R$   $\varphi=0$  (если нагрузка приводится к равнодействующей, линия которой проходит через ЦС, то зуб перемещается поступательно).

Определение. Центром вращения зуба (ЦВ) называется точка, жестко связанная с зубом и такая, что  $u(r_B)=0$  при действии на зуб заданной нагрузки.

## Направления исследования

В работе проводилось изучение положения точек, относительно которых вращается зуб по следующим направлениям:

1. для исследования возможности использования этих точек при моделировании направленных перемещений зубов в костных тканях челюсти, аппроксимируемых упруго-пластической средой;
2. для оценки влияния координат этих точек на наклоны скатов бугорков зуба при моделировании жевательной поверхности зубов А.Д.Шварцем, рассматривающем перемещение зуба как абсолютно твердого тела, упруго фиксированного в кости.

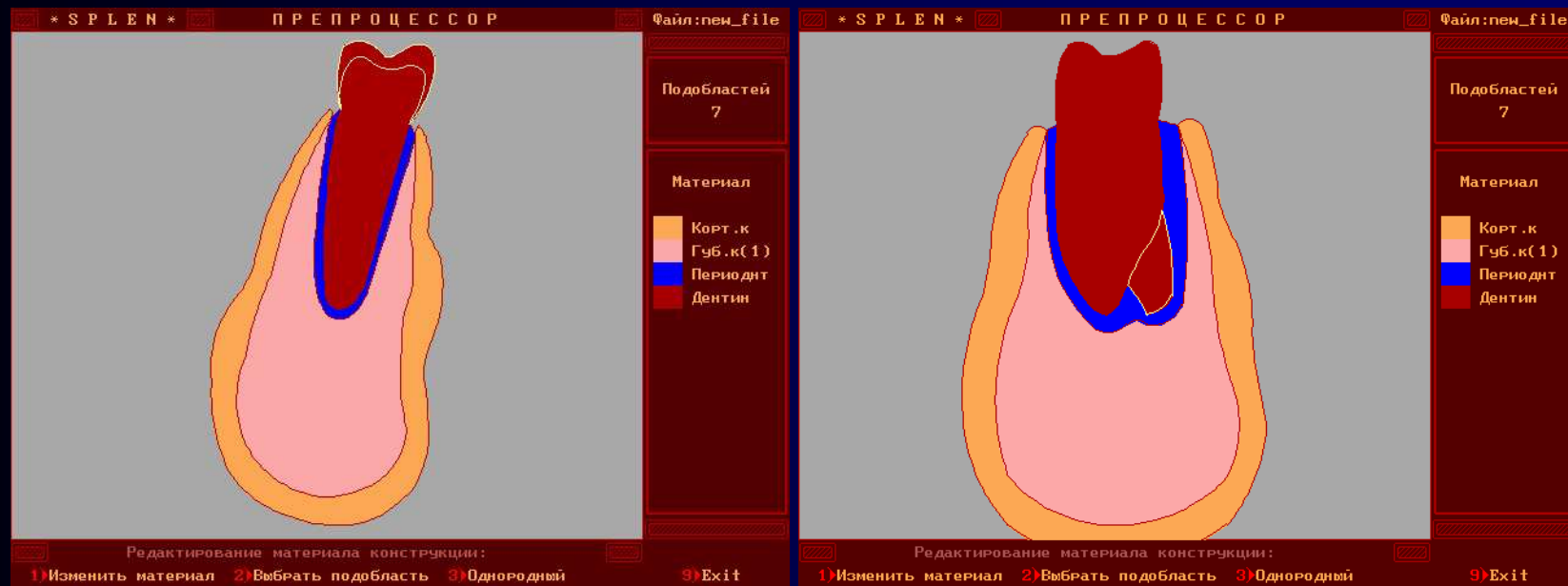


Рис. 5. Физическая идеализация премоляра и моляра в челюсти

## Постановка краевой задачи

<p>Пусть тело занимает объем <math>V</math> с границей <math>S</math> в декартовой системе координат <math>XYZ</math>, где <math>S = S_\sigma \cup S_u \cup S_{u\sigma}</math></p>	<p>Граничные условия:</p>
<p>Уравнение равновесия системы:</p> $\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0 \quad (6.1)$	<p>На части границы <math>S_\sigma</math> действуют поверхностные силы : <math>\vec{P}_n = P_{n_i} \vec{k}_i</math></p> $\sigma_{ij}(x_1, x_2, x_3) n_j \Big _{S_\sigma} = P_{n_i}(x_1, x_2, x_3) \quad (6.4)$
<p>Закон Гука для изотропных тел:</p> $\begin{aligned} \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{E} \left[ (1 + \nu) \sigma_{ij} - 3\nu \delta_{ij} \sigma \right] + \delta_{ij} \alpha \Delta T \\ \sigma_{ij} &= \frac{E}{1 + \nu} \left( \frac{2}{3} \varepsilon_{ij} + \frac{3\nu}{1 - 2\nu} \delta_{ij} \varepsilon - \frac{1 + \nu}{1 - 2\nu} \delta_{ij} \alpha \Delta T \right) \end{aligned} \quad (6.2)$ <p>где <math>\sigma = \frac{1}{3} \sigma_{ij} \delta_{ij}</math> – среднее напряжение,</p> <p><math>\varepsilon = \frac{1}{3} \varepsilon_{ij} \delta_{ij}</math> – средняя деформация</p>	<p>На части границы <math>S_u</math> заданы перемещения : <math>\vec{u}^* = u_i^* \vec{k}_i</math></p> $u_i(x_1, x_2, x_3) \Big _{S_u} = u_i^*(x_1, x_2, x_3) \quad (6.5)$
<p>Соотношение Коши:</p> $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (6.3)$	<p>На части границы <math>S_{u\sigma}</math> заданы оба вектора, <math>\vec{P}_n</math> и <math>\vec{u}^*</math> :</p> $\begin{aligned} \sigma_{ij}(x_1, x_2, x_3) n_j \Big _{S_{u\sigma}} &= P_{n_i}(x_1, x_2, x_3) \\ u_i(x_1, x_2, x_3) \Big _{S_{u\sigma}} &= u_i^*(x_1, x_2, x_3) \end{aligned} \quad (6.6)$

## Исследование поведения координат центра сопротивления

Проводились исследования по следующим направлениям:

- 1) возможное изменение координат ЦС в зависимости от различных факторов;
- 2) изменение координат ЦВ;
- 3) корпусное перемещение зуба.

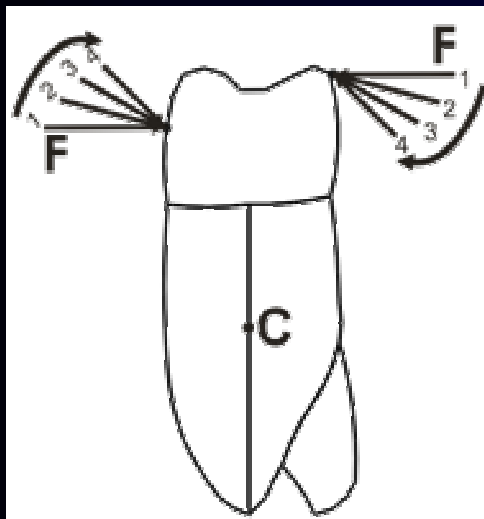


Рис.6. Варьирование угла наклона пары сил: 1.  $0^\circ$ ; 2.  $30^\circ$ ; 3.  $45^\circ$ ; 4.  $60^\circ$

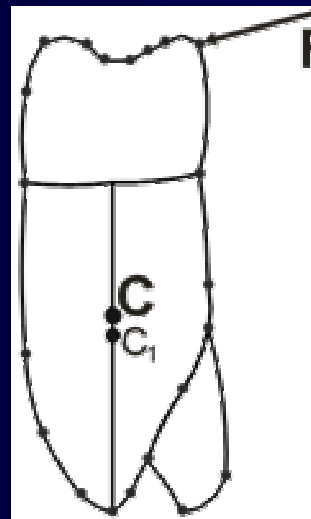


Рис.7. Изменение места приложения момента (F – зафиксированный элемент пары сил, C – центр сопротивления,  $C_1$  – максимальное смещение центра сопротивления)

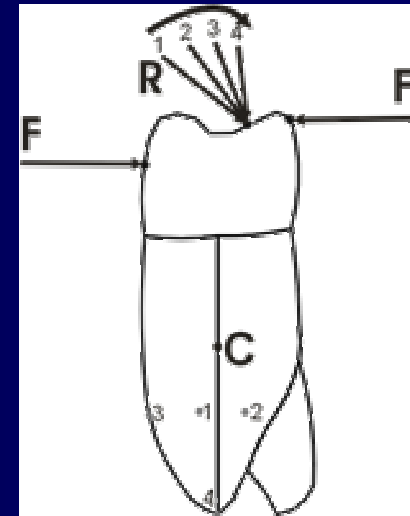


Рис.8. Изменение положения ЦВ при варьировании угла наклона нагрузки R: 1.  $8,5^\circ$ ; 2.  $23,5^\circ$ ; 3.  $38,5^\circ$ ; 4.  $53,5^\circ$

## Исследование корпусного перемещения зуба

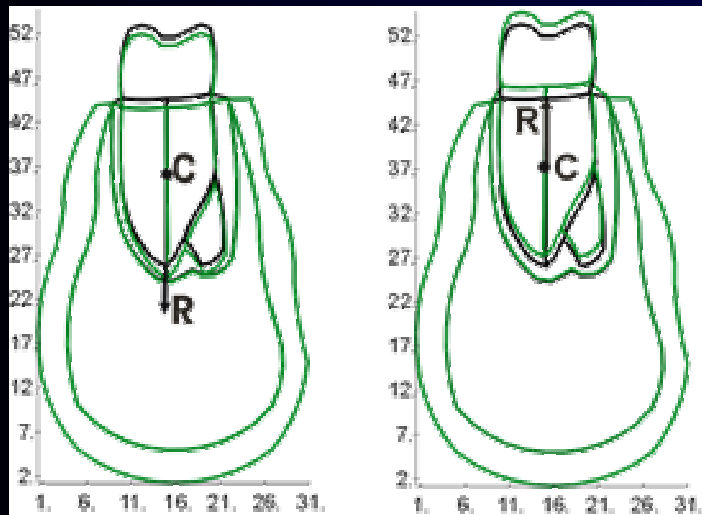


Рис.9. Поступательно-вращательное движение зуба под действием нагрузки, линия действия которой проходит через ЦС

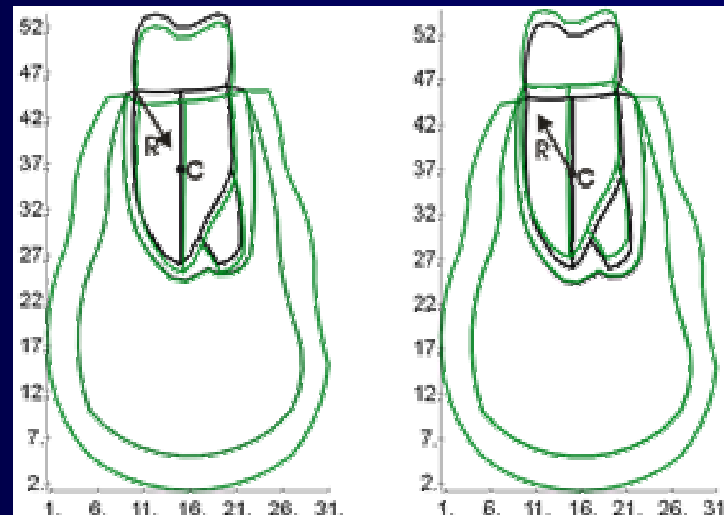


Рис.10. Параллельное перемещение зуба под действием нагрузки, линия действия которой проходит через ЦС

## Действие одинаковой нагрузки, приложенной в разных точках зуба

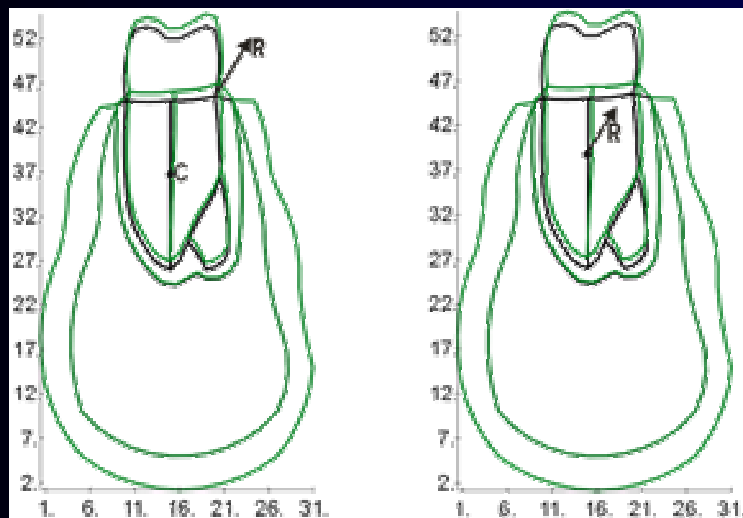


Рис.11. Перемещение зуба под действием одинаковой нагрузки, приложенной в разных точках



## Исследование поведения координат центра вращения премоляра

Был проведен анализ ЦВ премоляра в зависимости от следующих факторов:

- 1) величины мышечной силы  $P$ ;
- 2) угла между силой  $P$  и поверхностью ската;
- 3) угла между  $R$  и  $N_1$ ;
- 4) угла наклона ската.

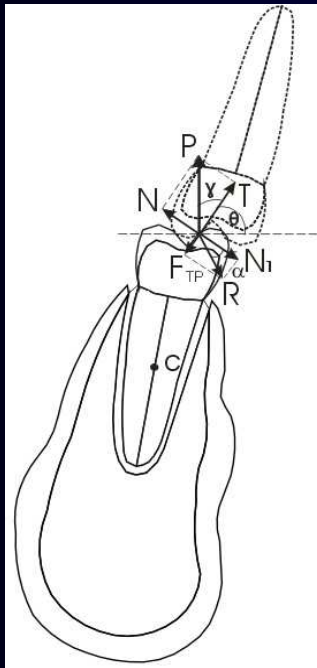


Рис.12. Действие жевательной нагрузки  $P$  на зуб со стороны вестибулярного ската язычного бугорка нижнего премоляра

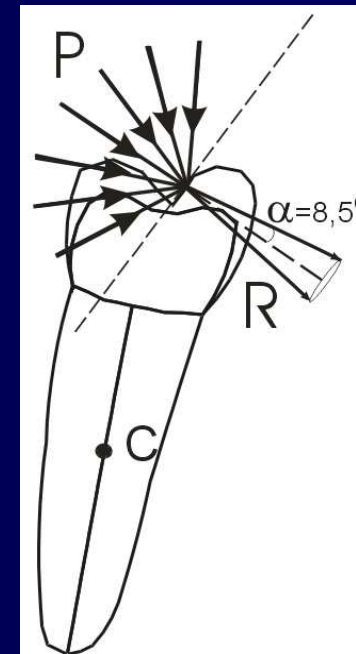


Рис.13. Большой диапазон вертикальных и горизонтальных жевательных нагрузок  $P$  вызывает реакции зуба в пределах конуса радиусом  $8,5^\circ$ .

## Исследование поведения координат центра вращения премоляра

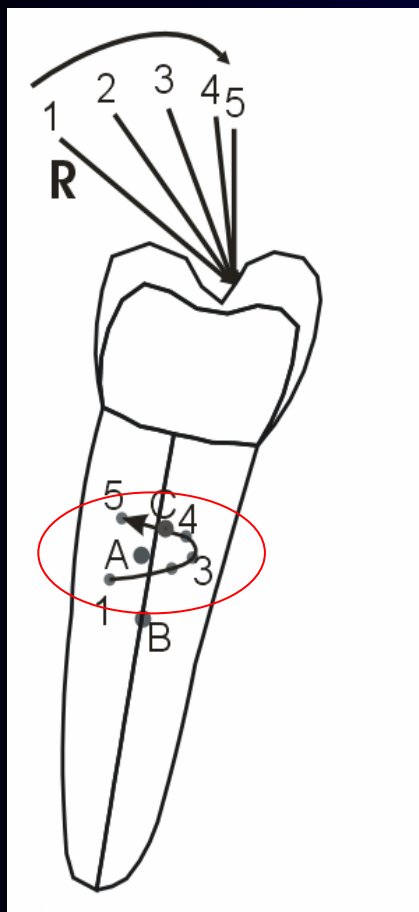


Рис.14. Смещение центра вращения при варьировании угла между  $R$  и  $N_1$

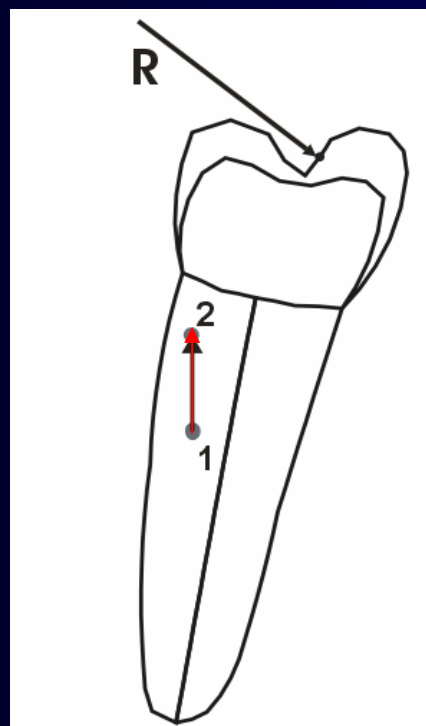


Рис.15. Смещение ЦВ в случае огрубления костных тканей в окрестности шейки зуба

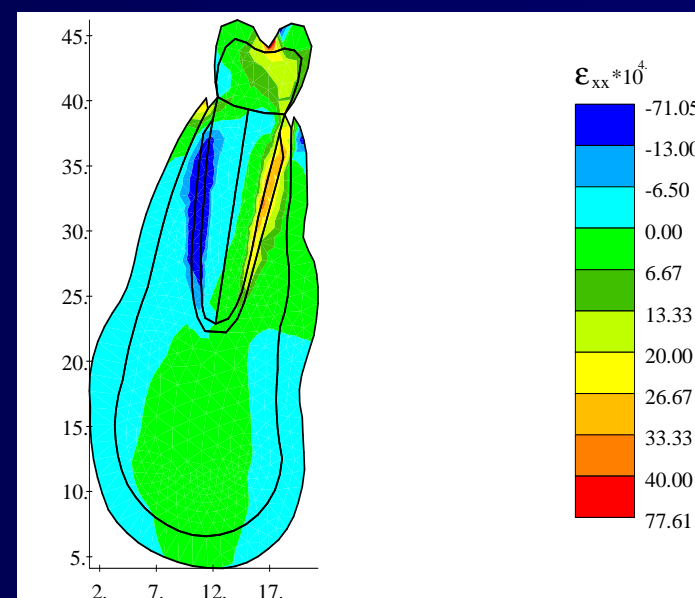


Рис. 16. Поле деформаций, возникающее в зубе с наклоном ската бугорка  $60^\circ$  в случае огрубления тканей в окрестности шейки зуба

# Оценка влияния изменения координат центра вращения на наклоны скатов бугорков зуба при моделировании жевательной поверхности зубов А.Д.Шварцем

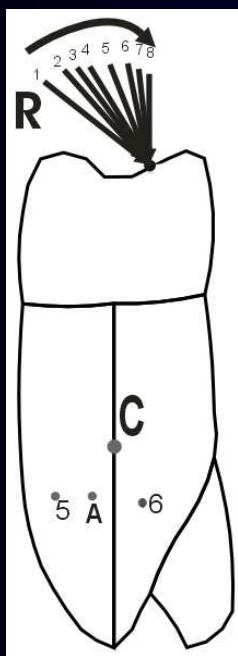


Рис.17. Смещение ЦВ моляра при варьировании угла между  $R$  и  $N_1$  (в случае действия нагрузки на вестибулярный скат язычного бугорка). А – координаты точки ЦВ при наклонах  $R$ , соответствующих случаю 1,2,3,4,7,8

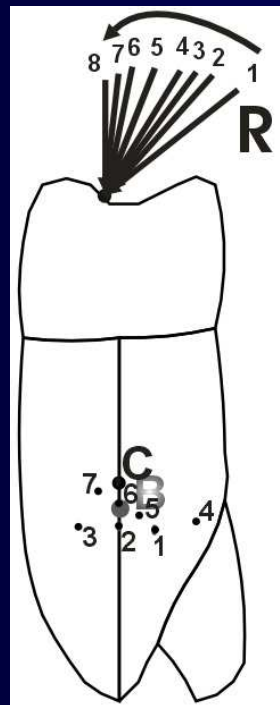


Рис. 18. Смещение ЦВ моляра при варьировании угла между  $R$  и  $N_1$  (в случае действия нагрузки на вестибулярный скат язычного бугорка)

1.  $\alpha=8,5^\circ$ ; 2.  $\alpha=18,5^\circ$ ; 3.  $\alpha=23,5^\circ$ ; 4.  $\alpha=28,5^\circ$ ; 5.  $\alpha=38,5^\circ$ ; 6.  $\alpha=48,5^\circ$ ; 7.  $\alpha=53,5^\circ$ ; 8.  $\alpha=60^\circ$

С – вычисленный центр сопротивления

В – центр сопротивления по А.Д.Шварцу

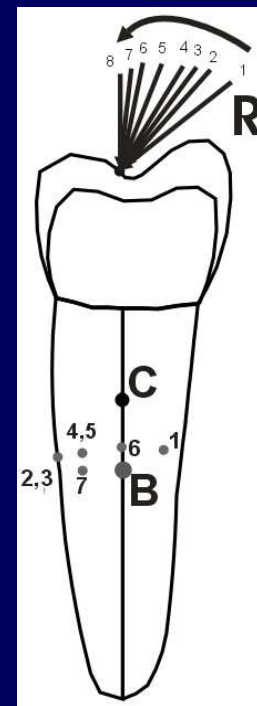


Рис. 19. Смещение центра вращения премоляра при варьировании угла между  $R$  и  $N_1$  (для орального ската щечного бугорка)

# Оценка влияния изменения координат центра вращения на наклоны скатов бугорков зуба при моделировании жевательной поверхности зубов А.Д.Шварцем

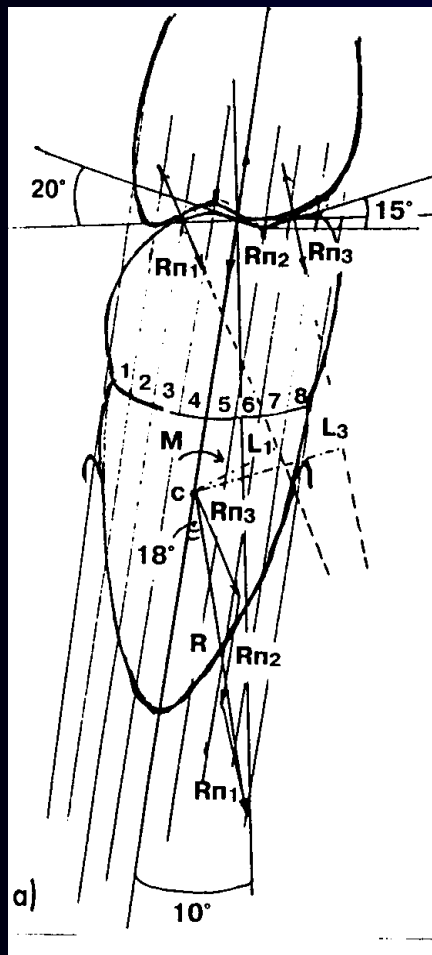


Рис.20. Положение антагонистов во время контактов в ИКР

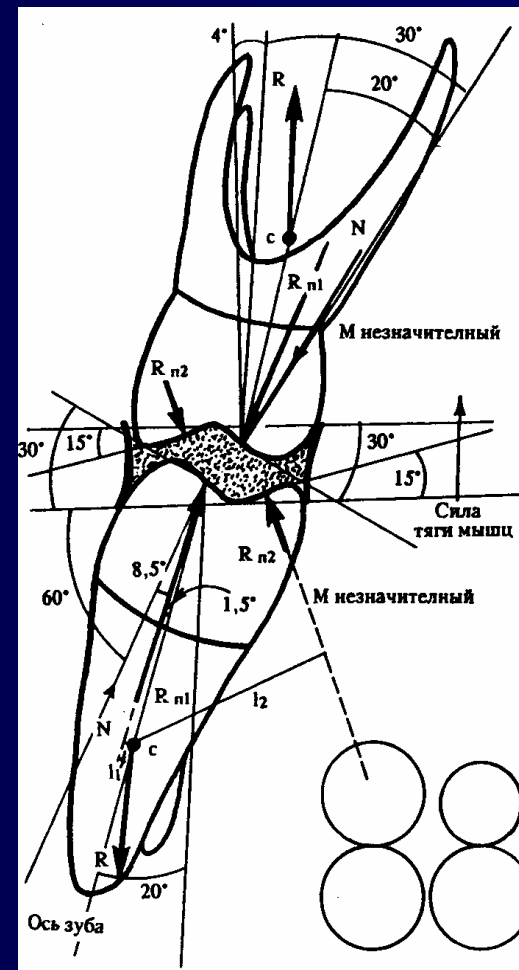


Рис. 21. Положение антагонистов перед ИКР

## Выводы

---

1. Определен физический смысл понятий центра сопротивления и центра вращения зуба. Осуществлена корректная математическая постановка задачи нахождения ЦС и ЦВ.
2. Разработаны принципы расчета центра сопротивления и центра вращения зуба. Предполагается использование этих геометрических характеристик для нахождения направленного действия сил, обеспечивающих заданное смещение зубов челюсти.
3. Проведена оценка поведения координат характерных точек зуба (ЦС и ЦВ) на наклоны скатов бугорков зуба при одиночном точечном контакте зубов во время дробления твердой пищи. Проведено сравнение с моделью А.Д.Шварца.
4. Поставлена задача оценки влияния геометрических характеристик зуба (ЦС и ЦВ) на наклоны скатов бугорков зуба при центральной окклюзии и в положении челюсти перед ИКР.

## **Часть 3**

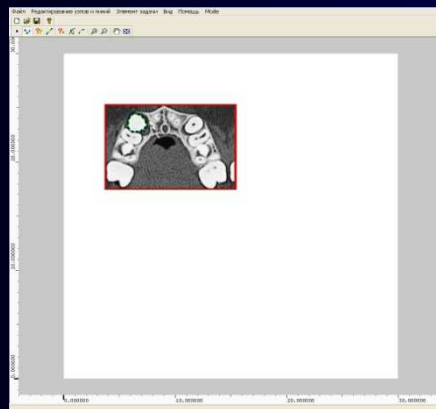
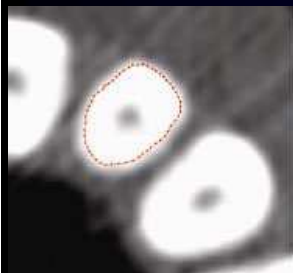
---

**Разработка системы проектирования  
стоматологических конструкций: основные подходы  
восстановления геометрии объекта и алгоритмы  
генерации объемной сетки для внутренних областей  
модели**

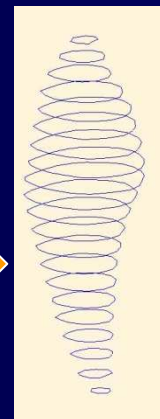


## Получение данных о геометрии зуба по параллельным сечениям (слоям)

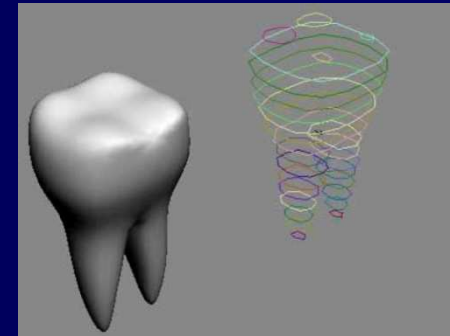
Основные этапы работы с системой: 1) ввод данных о геометрии челюсти по КТ-снимкам (каждый контур зуба приближался точками, формирующими полигональную линию); 2) реконструкция поверхности модели по набором параллельных контуров; 3) генерация объемной сетки восстановленных областей; 4) оптимизация объемной сетки.



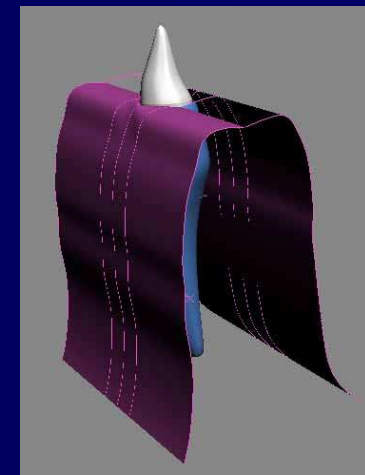
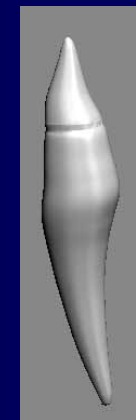
Приближение контурами данных КТ-снимка (восстановление 3-х мерной модели клыка по слоям)



Базовые контура модели



Внешний вид модели моляра



Внешний вид модели клыка

## Формирование базовых контуров модели

При подготовке данных о геометрии модели используются следующие понятия геометрических объектов:

- 1) *базовый узел*, задаваемый номером и соответствующими координатами;
- 2) *базовая линия*, задаваемая ограничивающими базовыми точками, количеством интервалов разбиения, коэффициентом неравномерности разбиения и направлением сгущения; базовые линии делятся на следующие типы:
  - отрезок;
  - дуга окружности;
  - сплайн.
- 3) *базовая подобласть*, задаваемая замкнутой совокупностью базовых линий.

Для задания геометрии контура на слое используются сплайновые кривые следующих типов:

- 1) интерполяционная кривая Catmull-Rom, которая по заданному набору точек  $P_0$ ,  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  определяется формулой:

$$R(t) = \frac{1}{2} \left( -t(1-t)^2 P_0 + (2-5t^2+3t^3) P_1 + t(1+4t-3t^2) P_2 - t^2(1-t) P_3 \right) \quad (1)$$
$$0 \leq t \leq 1.$$

- 2) элементарная бета-сплайновая кривая:

$$R(t) = b_0(t)P_0 + b_1(t)P_1 + b_2(t)P_2 + b_3(t)P_3 \quad (2)$$
$$0 \leq t \leq 1.$$

$$b_0(t) = \frac{2\beta_1^3}{\delta} (1-t)^3;$$

$$b_1(t) = \frac{1}{\delta} (2\beta_1^3 t(t^2 - 3t + 3) + 2\beta_1^2(t^3 - 3t + 2) + 2\beta_1(t^3 - 3t + 2) + \beta_2(2t^3 - 3t^2 + 1));$$

$$b_2(t) = \frac{1}{\delta} (2\beta_1^2 t^2(-t + 3) + 2\beta_1 t(-t^2 + 3) + 2\beta_2 t^2(-2t + 3) + 2(-t^3 + 1));$$

$$b_3(t) = \frac{2t^3}{\delta},$$

$$\text{где } \beta_1 \geq 0, \beta_2 \geq 0, \delta = 2\beta_1^3 + 4\beta_1^2 + 4\beta_1 + \beta_2 + 2.$$

# Методы генерации объемной сетки

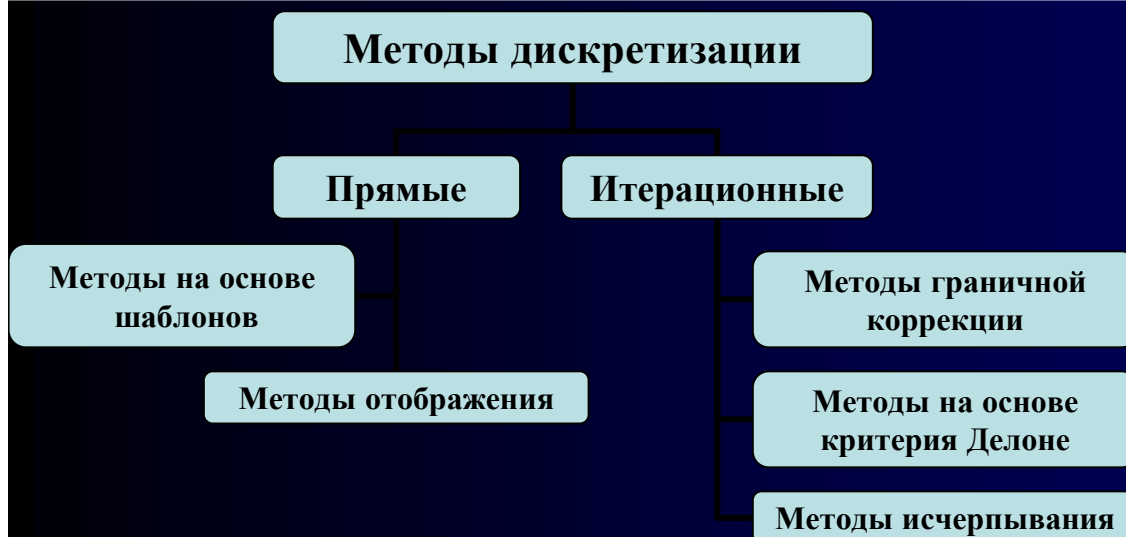
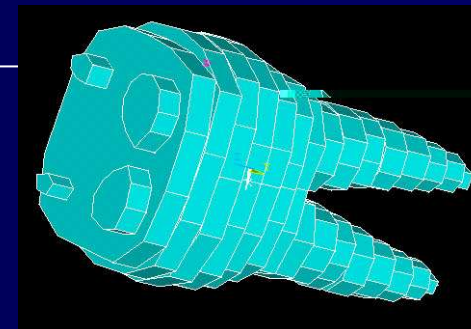


Диаграмма 1. Классификация методов дискретизации

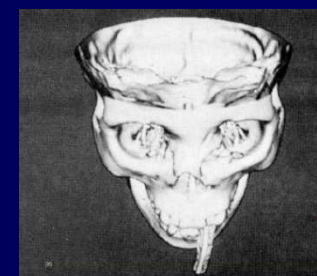


Диаграмма 2. Классификация методов визуализации

A



B



C



Способы визуализации

A – цилиндрическое представление; B – алгоритм маркируемых кубов; C – с использованием алгоритма тайлинга

# Подходы к построению объемной сетки на основе восстановления сетки между слоями модели

Генерация сетки методом  
границной коррекции

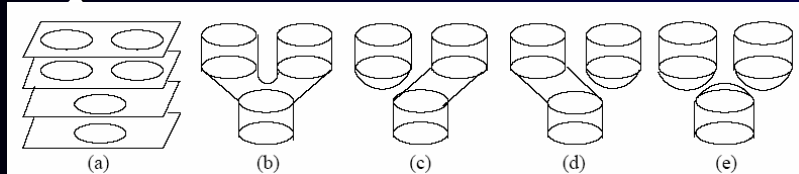
Основные подходы к построению пространственной  
сетки на основе параллельных слоев  
(на основе восстановления сетки между слоями с использованием  
алгоритмов тайлинга)

Подход, основанный на построении 3D  
тетраэдризации Делоне по заданному  
набору точек на контурах (J.D. Boissonnat)

Подход, основанный на комбинировании  
2D триангуляции Делоне на слоях и метода  
исчерпывания (AFT) при построении  
объемной сетки между слоями (C. Bajaj,  
E. Coyle, K. Lin )

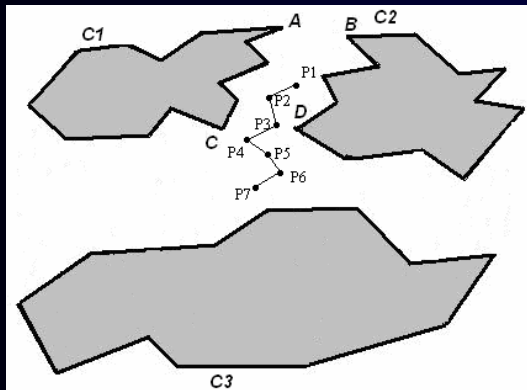
# Проблемы восстановления поверхностной сетки

## 1. Проблема соответствия



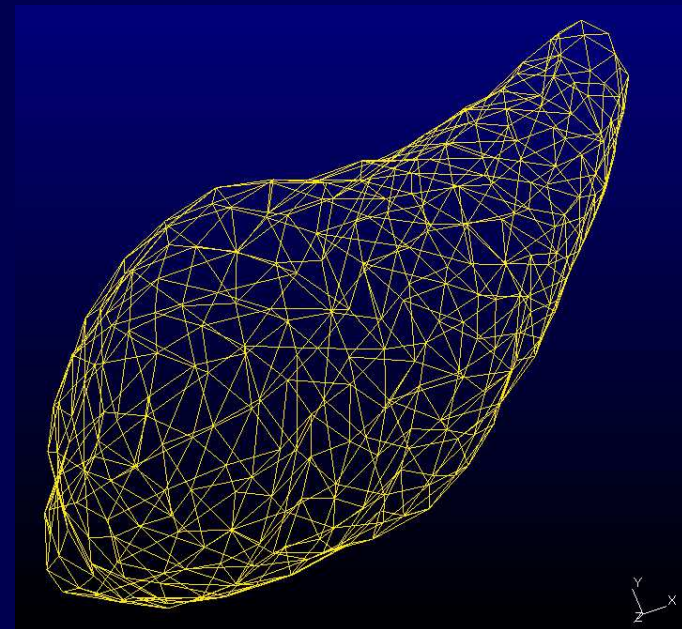
Все возможные соединения для трех контуров на параллельных слоях

## 2. Проблема ветвления



Генерация срединной линии для областей с ветвлением

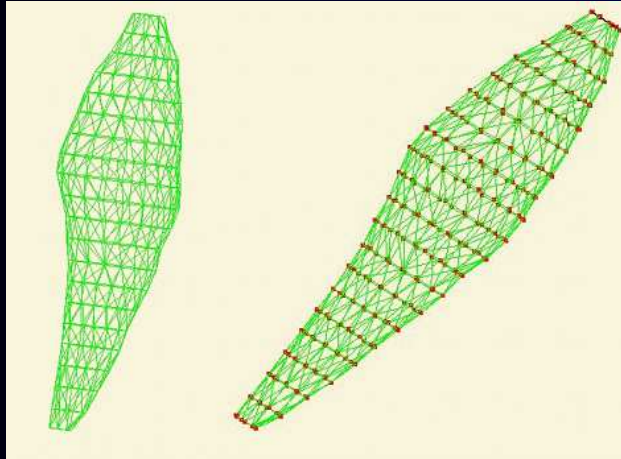
## 3. Проблема поверхностной триангуляции



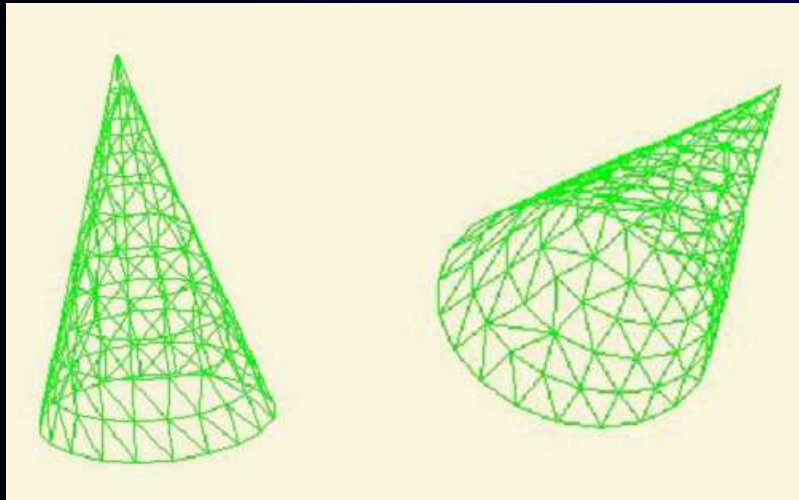
Восстановленная по контурам поверхностная сетка для модели клыка



# Проблемы восстановления поверхностной сетки



Тайлинг модели клыка, состоящий из 306 узлов и 599 элементов



Тайлинг модели конуса, состоящий из 125 узлов и 228 элементов

$$\alpha(ABC) = \frac{4\sqrt{3} \times \text{area of triangle}}{\text{sum of squares of sides}} = 2\sqrt{3} \frac{\|BA \times BC\|}{\|AB\|^2 + \|BC\|^2 + \|CA\|^2}$$

$$\text{average element size} = \frac{\sum \text{area}}{N_b}$$

$$\bar{\alpha} = \left[ \prod_{i=1}^{N_b} \alpha_i \right]^{1/N_b}$$

для модели клыка:

$$\bar{\alpha} = 0,73$$

$$\text{average element size} = 0,049$$

для модели конуса:

$$\bar{\alpha} = 0,78$$

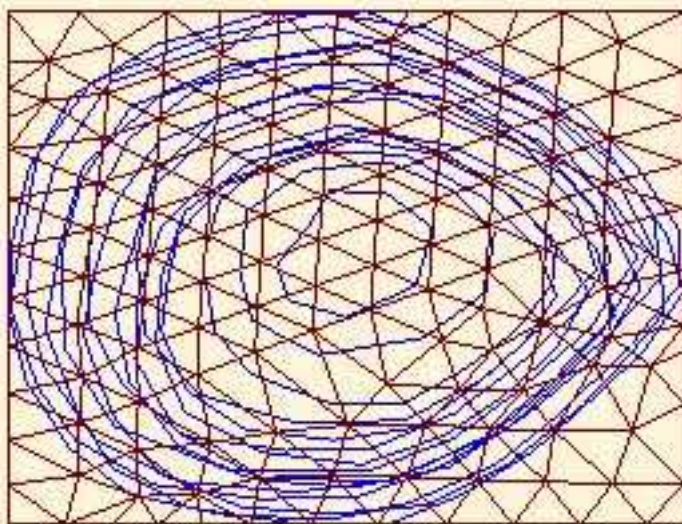
$$\text{average element size} = 0,00014$$



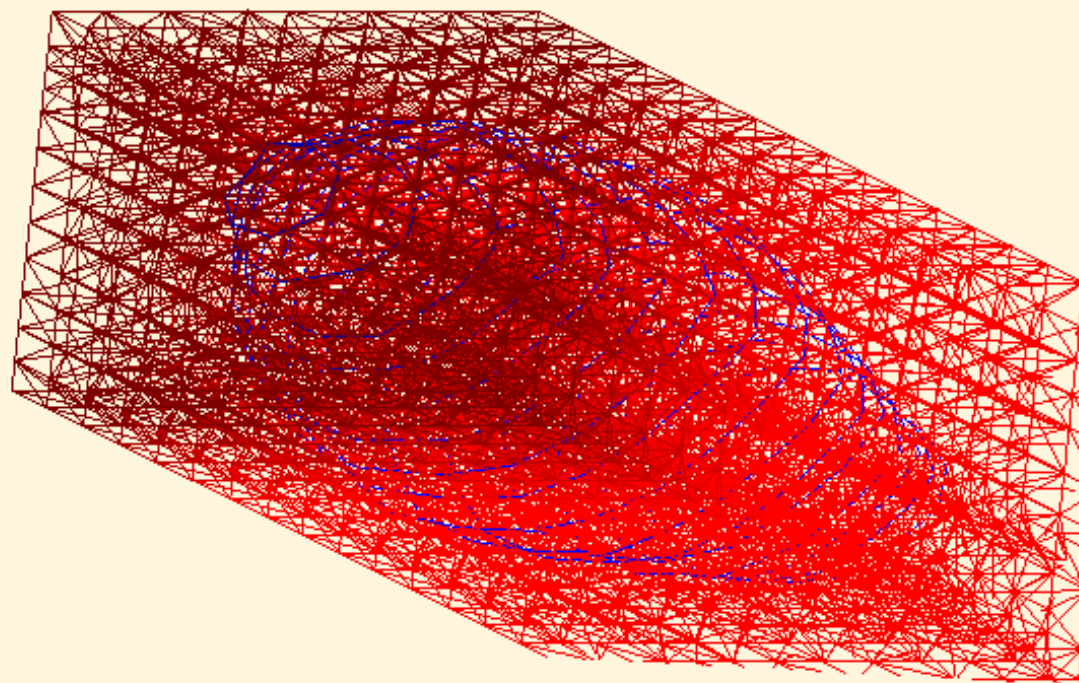
## Дискретизация на основе метода граничной коррекции

Алгоритм разбивается на два этапа:

- 1) генерацию "первичной" сетки;
- 2) ее коррекцию.



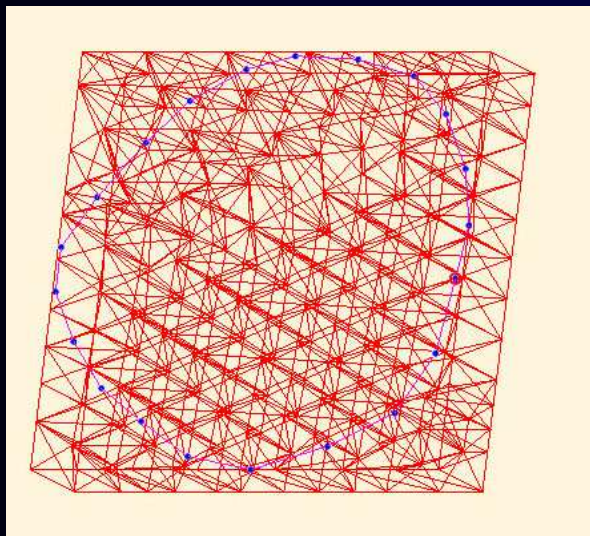
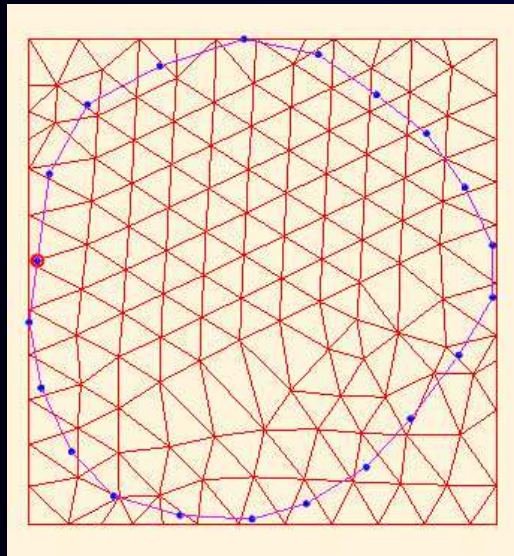
Вид контурной поверхности модели в проекции на плоскость  $OXY$



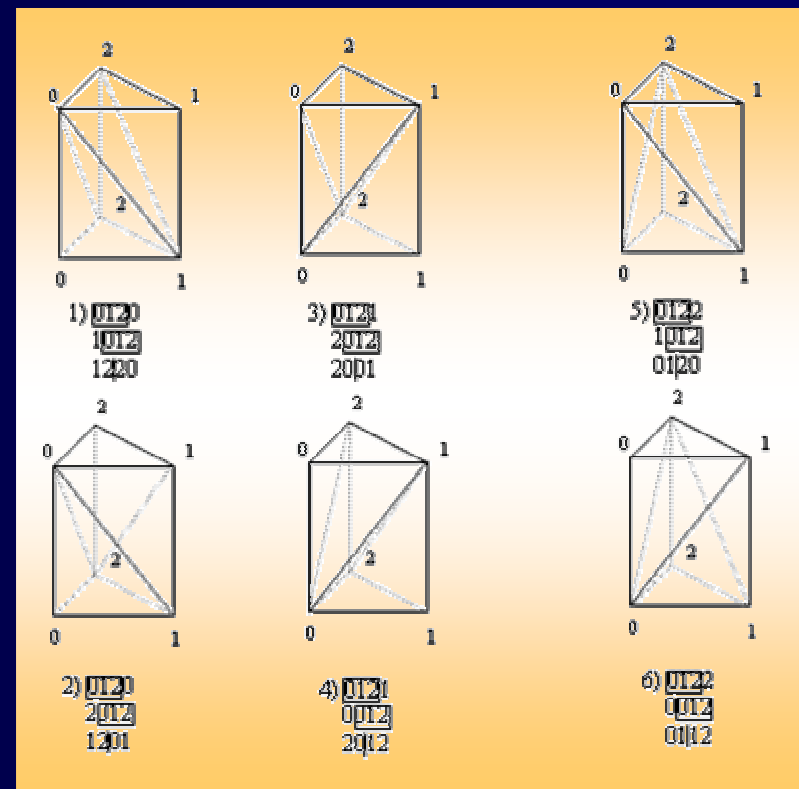
Наложение на область построенной  
шаблонной сетки

(для модели клыка строили параллелепипед с  
разбиением, равным длине минимального ребра  
контуров)

## Генерация первичной сетки



Типы хранения тетраэдров  
для шаблона:



Шаблонная сетка на в слое (призматойд №8)

## Этапы коррекции первичной сетки

---

Задается массив "особых точек", в которых обязательно должны размещаться узлы триангуляции (в примере – это узловые точки кусочно-линейного сплайна). Коррекция сетки на слое разбивается на следующие этапы:

- 1) для каждого элемента массива "особых точек" находится ближайший узел первичной сетки и передвигается в эту точку с сохранением всех связей;
- 2) для каждого элемента массива "особых точек" восстанавливаем ребро границы следующим образом: анализируется множество узлов-соседей передвинутого в эту точку узла первичной сетки и находится узел, ближе всех лежащий к ребру границы. Узел проецируется на ребро, и среди множества его соседей вновь находится узел, лежащий ближе всех к ребру (исключая узел, спроецированный на предыдущей итерации); процедура проекции и поиска подходящих узлов-соседей повторяется до тех пор, пока найденный узел не окажется элементом множества "особых точек". (То есть "ребро" границы окажется полностью аппроксимированным цепочкой ребер первичной сетки); обработанное "ребро" исключается из дальнейшего рассмотрения;
- 3) проводится отсечение всех фрагментов первичной сетки, оставшихся за пределами заданной области;
- 4) удаляются вырожденные элементы.



## Оптимизация сетки

Процедура регуляризации заключается в построении оценки расположения каждого узла с помощью минимального значения функции:

$F = \sum_{i=1}^n R_i^2 \quad (1)$ , где  $R_i$  – расстояния между данным узлом  $(x_0, y_0, z_0)$  и окружающими его узлами.

Т.к.  $R_i^2 = (x_0 - x_i)^2 + (y_0 - y_i)^2 + (z_0 - z_i)^2 \quad (2)$ , то условие регуляризации сетки

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial x_0} = \sum_{i=1}^n 2(x_0 - x_i) = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial y_0} = \sum_{i=1}^n 2(y_0 - y_i) = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial z_0} = \sum_{i=1}^n 2(z_0 - z_i) = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Применяя условие (3) для каждого из внутренних узлов подобласти, получим системы уравнений ленточного типа для определения координат узлов сетки (граничные узлы фиксированы).

## Решение проблемы соответствия

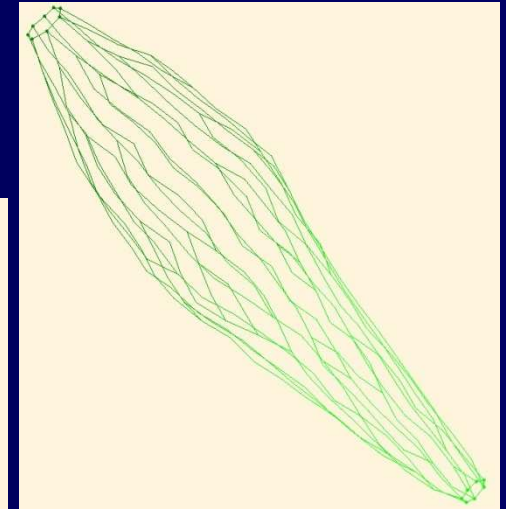
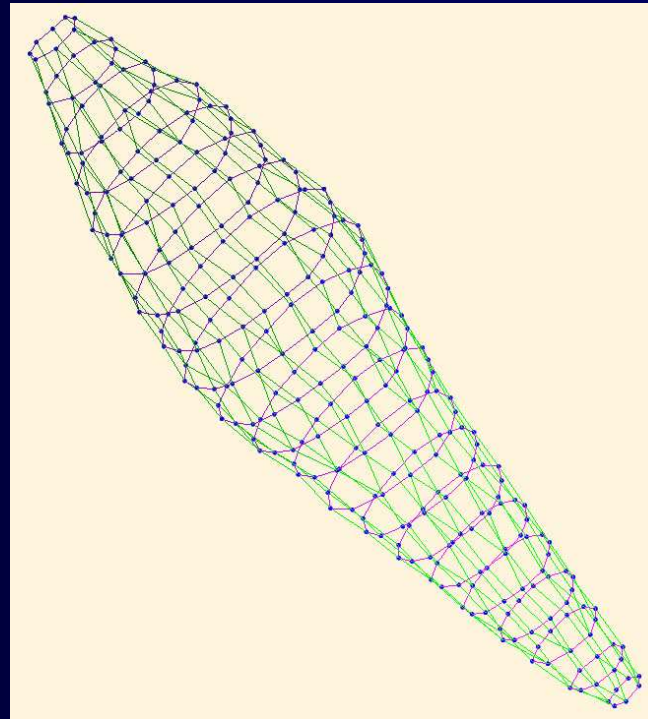
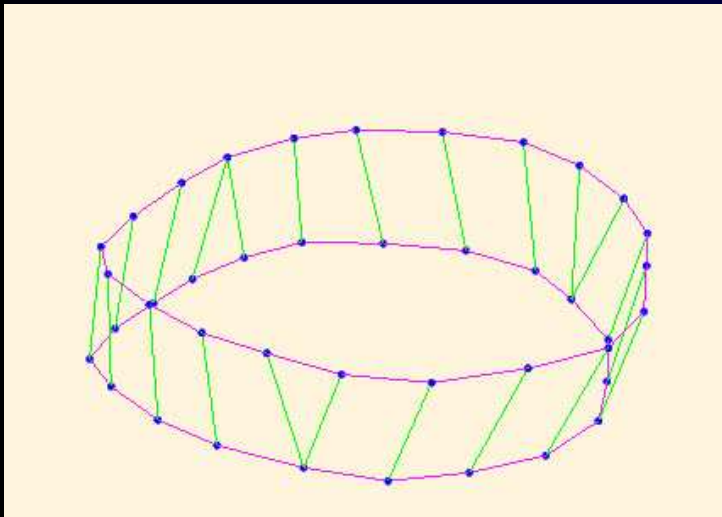
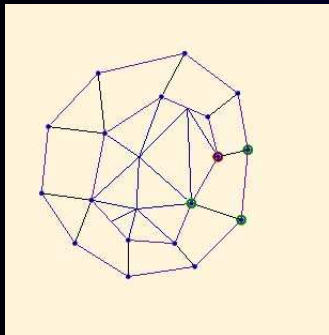
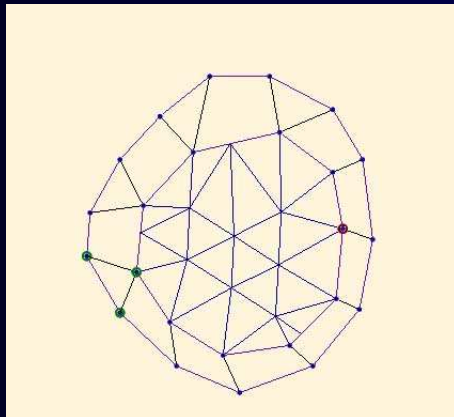


Рис. 20. Установление соответствия между участками контуров

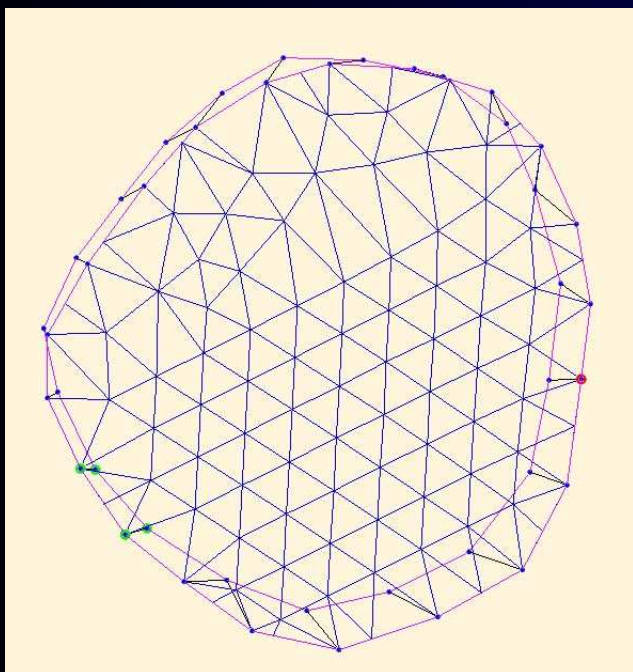
## Восстановление граней модели



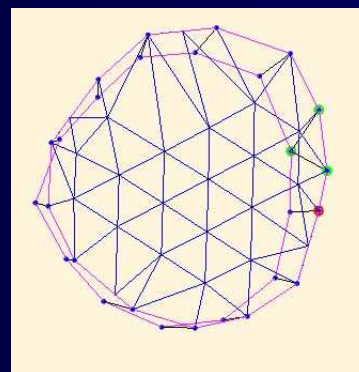
слой 0



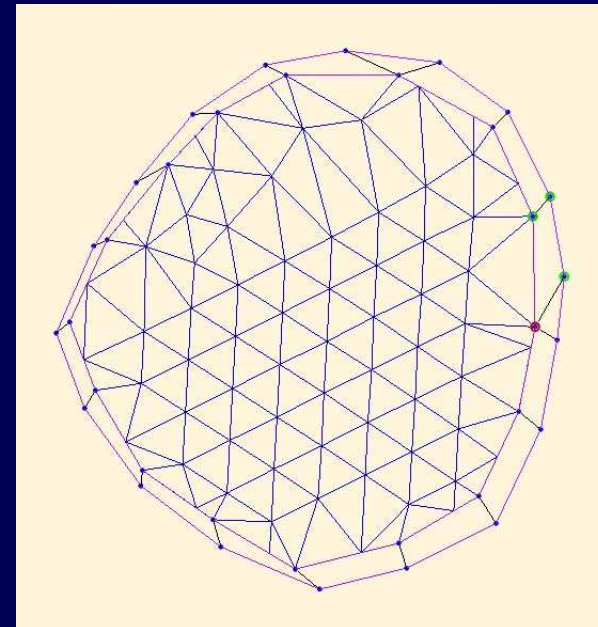
слой 1



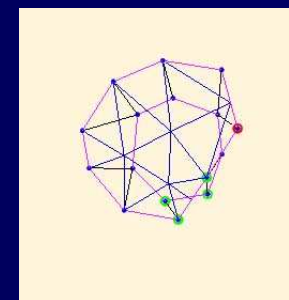
слой 8



слой 15



слой 5



слой 19



## Структура данных

---

Программная реализация включает в себя разработку:

- 1) структур данных, предназначенных для поддержки описаний трехмерных геометрических объектов, восстанавливаемых по набору контуров;
- 2) программных модулей, обеспечивающих построение описанных выше алгоритмов построения (перестройки и оптимизации) сеток;
- 3) средств визуализации и интерактивных средств, позволяющих контролировать процесс генерации и оптимизации сетки.

## Восстановление особых точек и ребер границы

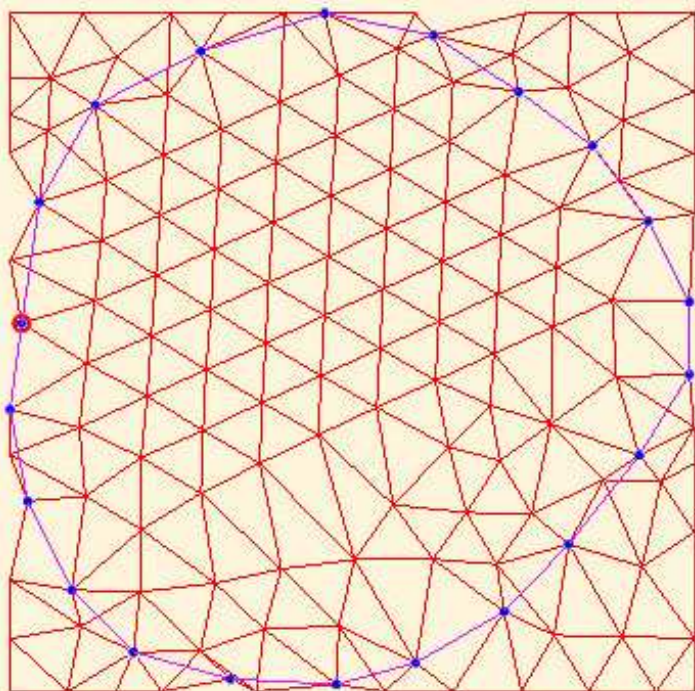


Рис. 22. Коррекция сетки- ш.1  
(призматойд №8)

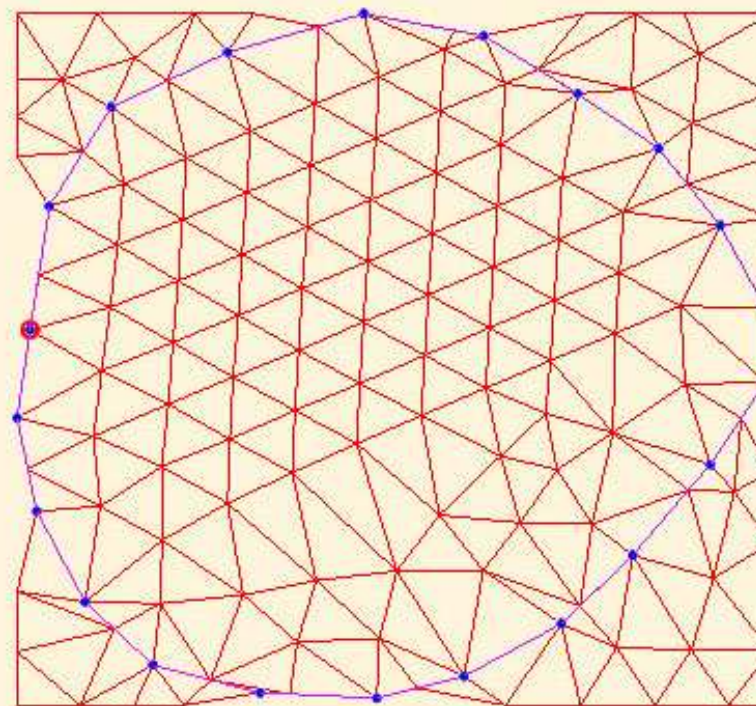
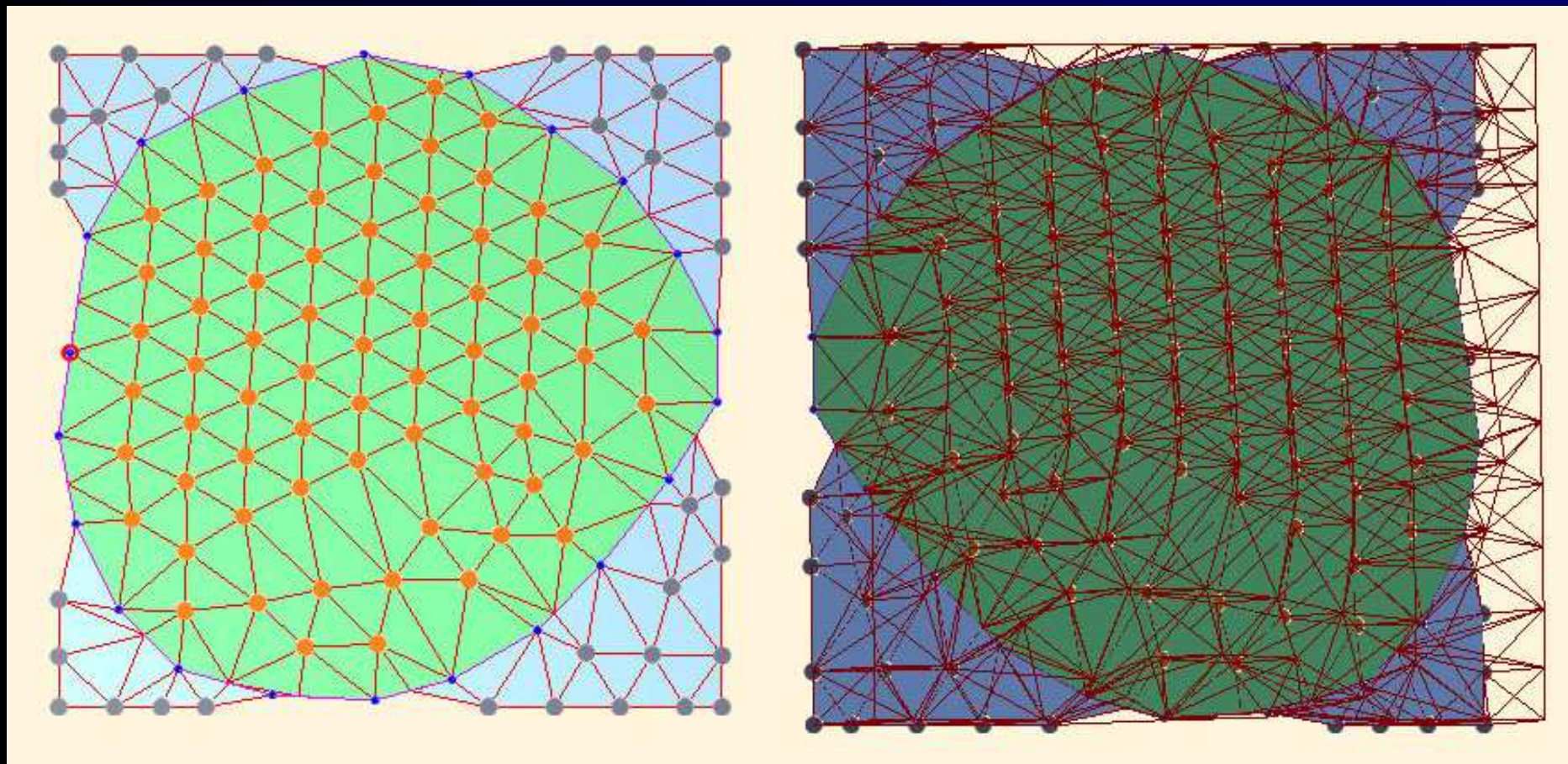


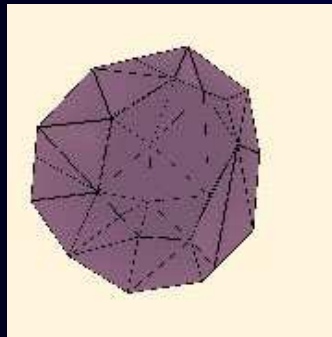
Рис. 23. Коррекция сетки- ш.2  
(призматойд №8)



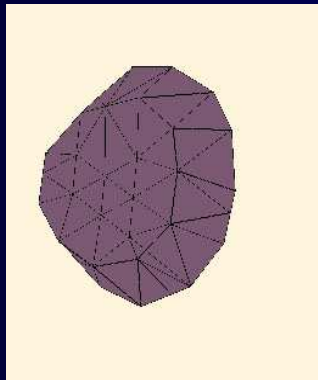
## Сортировка на внутренние и внешние точки и элементы



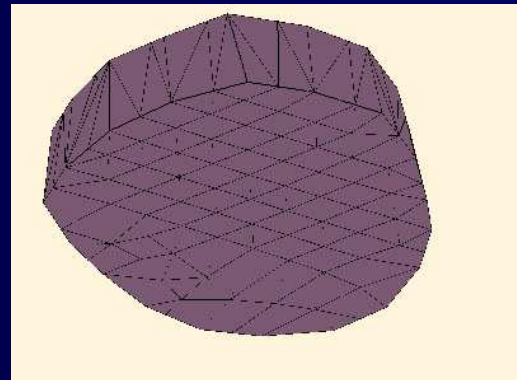
## Результатирующая сетка модели



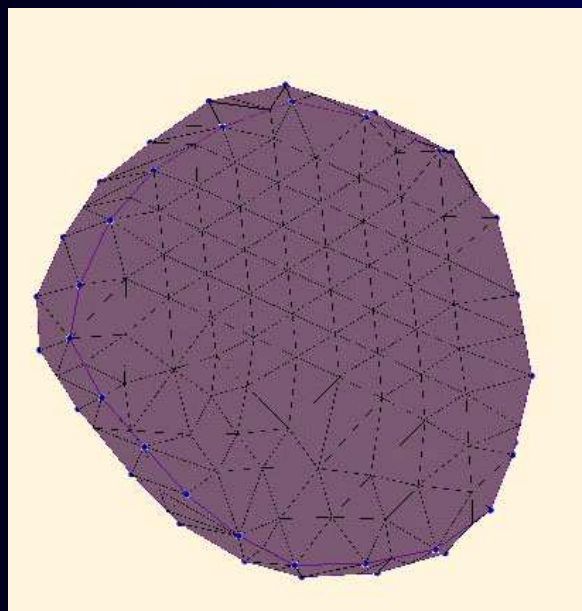
слой 0



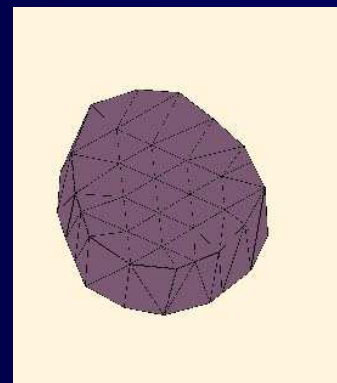
слой 1



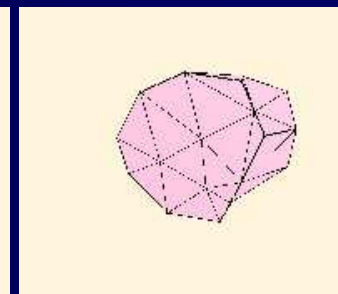
слой 5



слой 8



слой 15



слой 19

## **Выводы**

---

- ✓ В результате литературного обзора проведена классификация методов пространственной дискретизации и методов задания геометрии пространственных объектов.
- ✓ Разработаны алгоритмы аппроксимации полученной поверхности трехмерными конечными элементами, учитывающие послойное задание объекта и послойную аппроксимацию его поверхности.
- ✓ Разработан алгоритм конструирования поверхности материального объекта по контурам, расположенным на параллельных слоях.
- ✓ На основе метода граничной коррекции разработан генератор пространственных сеток, предназначенный для дискретизации неоднородных, не односвязных объектов, восстановленных по данным снимков томографа.

Программа впоследствии войдет в состав препроцессора программного комплекса SPLEN, ориентированного на моделирование биомеханических конструкций в области стоматологии.

## Часть 4

---

### Обработка изображений в пакете Mimics



# Mimics – обработка объемных медицинских изображений

## Базовый пакет

- Импорт данных. Mimics импортирует 2D данные с практически любых томографов.
- Визуализация
- Реконструкция изображения
- 3D рендеринг
- Отчеты по модели

## Модули Mimics

1. Модуль MedCAD преобразовывает с томографа в объекты САПР
2. Модуль STL+ связывает данные Mimics и системы быстрого прототипирования через файлы, описывающие поверхность как набор треугольников
3. Модуль FEA связывает данные томографии с системами анализа МКЭ и вычислительной гидродинамики:  
оптимизация поверхностной сети в Remesher, двойное связывание сетей через импорт/экспорт с препроцессорами пакета МКЭ, назначение материалов объемной сети на основании исходных сканированных изображений

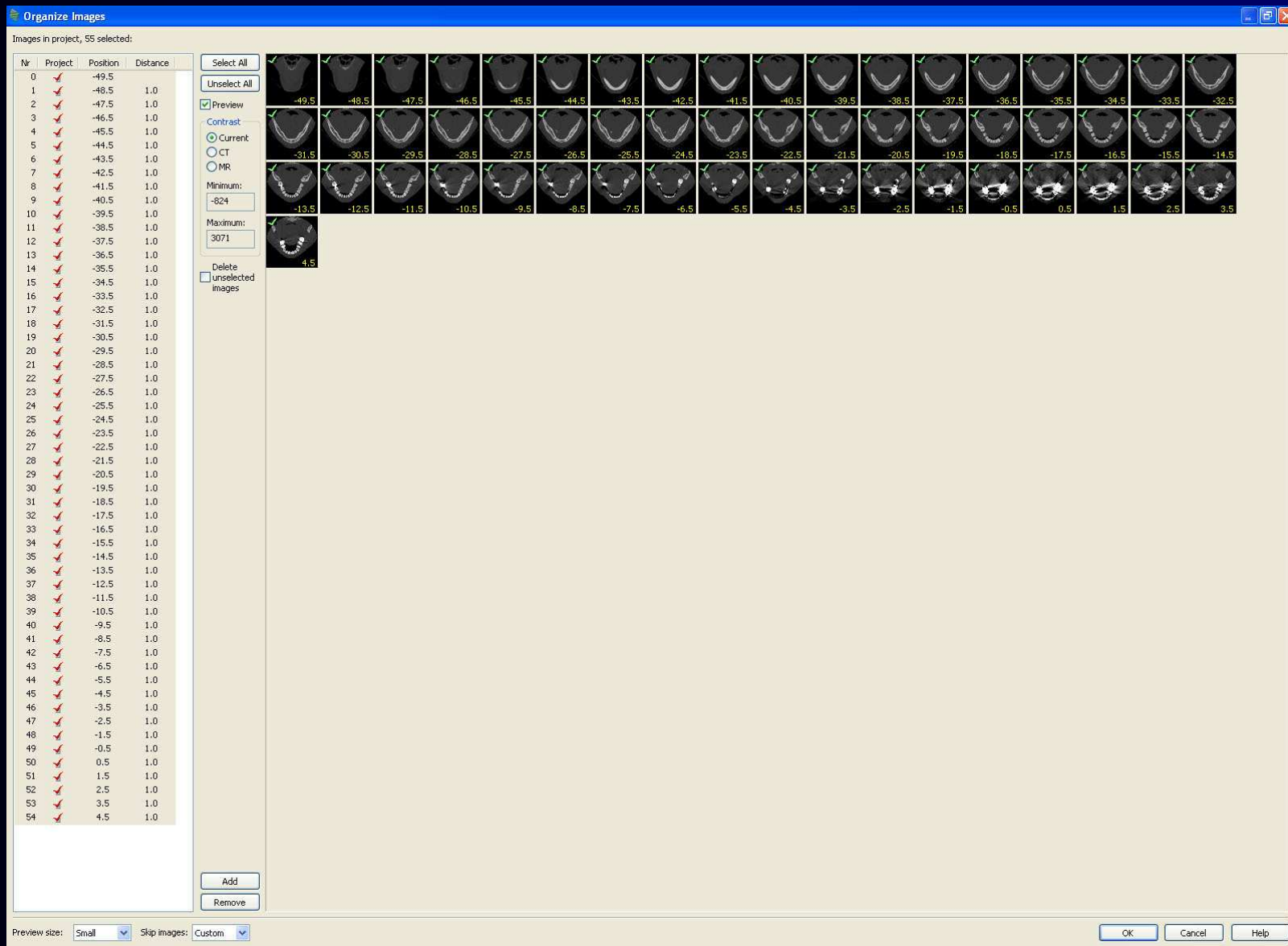
# Обработка объемных медицинских изображений в Mimics

В работе рассматриваются принципы реконструкции модели по набору параллельных слоев, а также примеры получения моделей в пакете обработки изображений для трехмерного дизайна и моделирования Mimics (Materialise, Бельгия). Детально рассмотрен пример восстановления геометрии модели нижней челюсти по 54 слоям с шагом сканирования 1 мм.

При получении трехмерного изображения в программном комплексе Mimics выполняются следующие этапы:

1. Кадрирование изображений.
2. Создание маски сегментации: выбор диапазона сегментации (Thesholding), выделение области (Region Growing).
3. Операции над маской: редактирование (Draw, Erase, Local Theshold), Dinamic Region Growing, изменение «формы» маски (Erode, Dilate, Open, Close), булевы операции, заполнение пустот.
4. Реконструкция модели по маске.
5. Преобразование сети в Remesher.
6. Назначение материалов на основе плотности по томограмме (если необходимо).
7. Импорт в МКЭ-систему (ABAQUS, ANSYS, ALGOR и т.д.) или пакет вычислительной гидродинамики (FLUENT, CFX, FIELDVIEW и т.д.).

# Кадрирование



# Выбор диапазона сегментации (Thesholding)

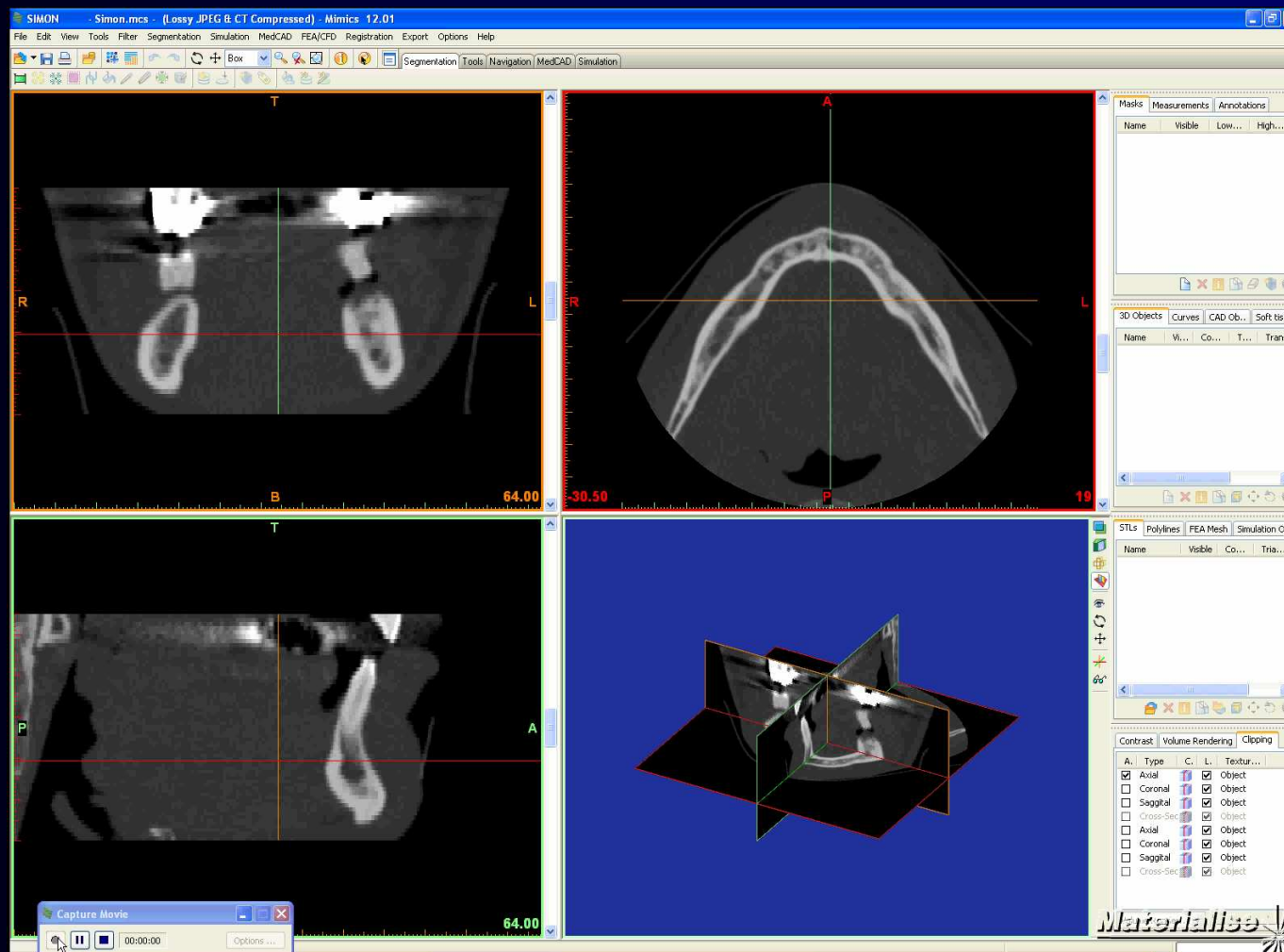
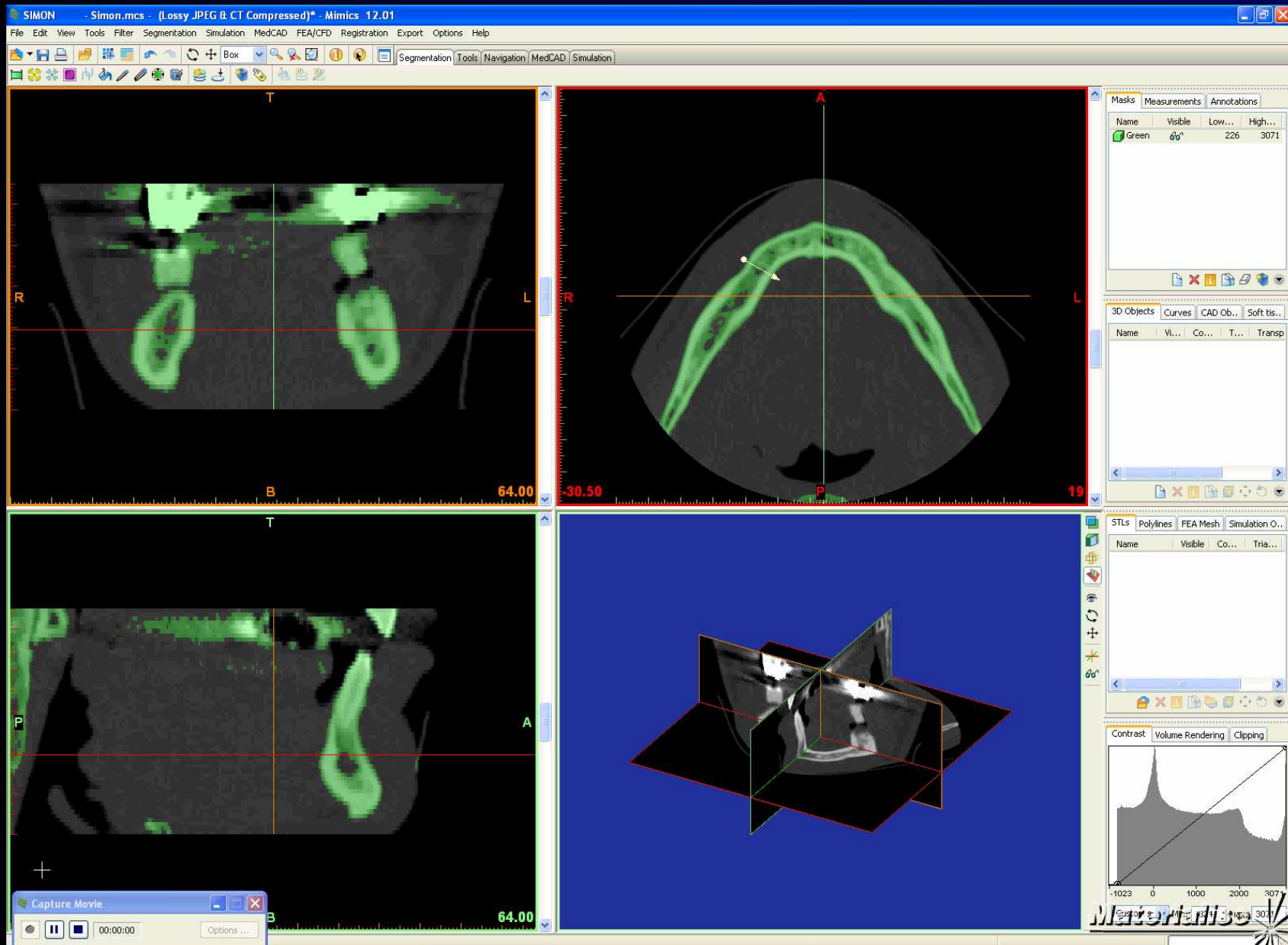


Таблица 1 Диапазон сегментации для различных типов тканей

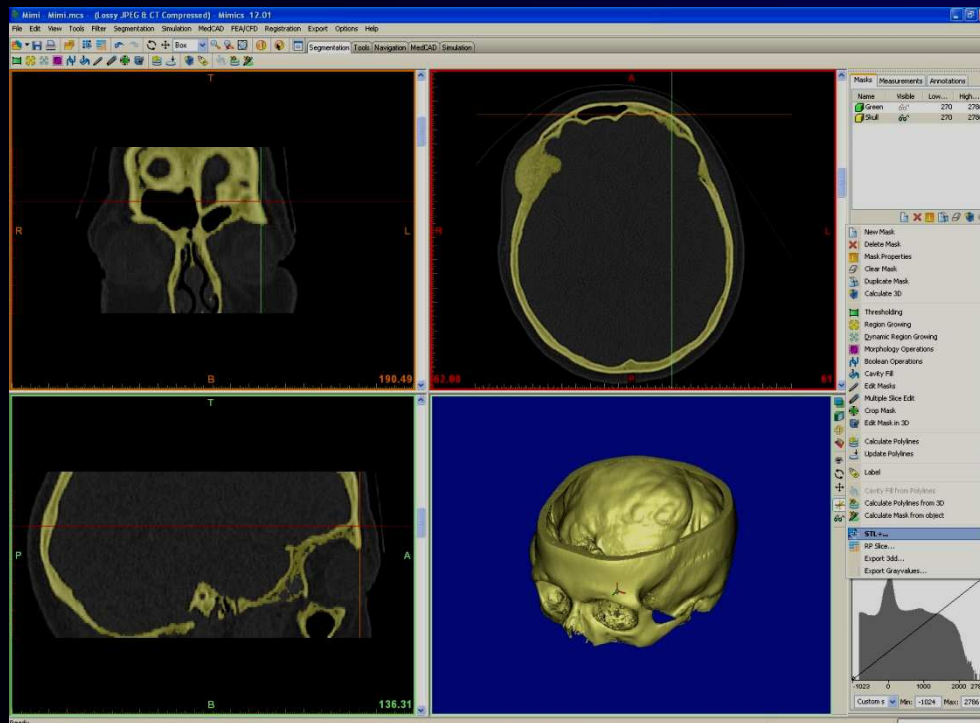
soft tissue scale	-150 .. 350
bone scale	-1024 .. 1650
narrow scale	-900 .. 1100
wide scale	-1024 .. 2200
MRI scale	-1024 .. -524



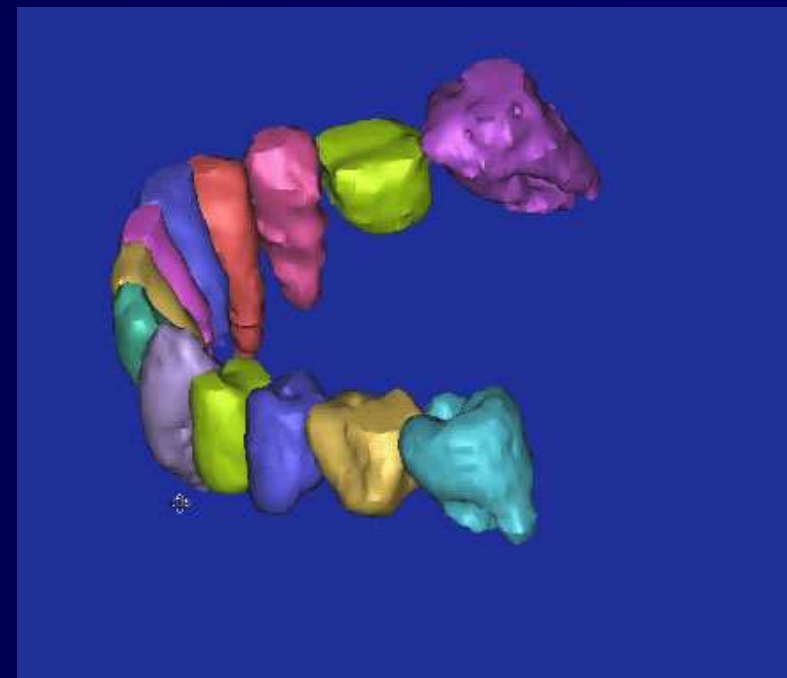
# Region Growing



# Реконструкция модели

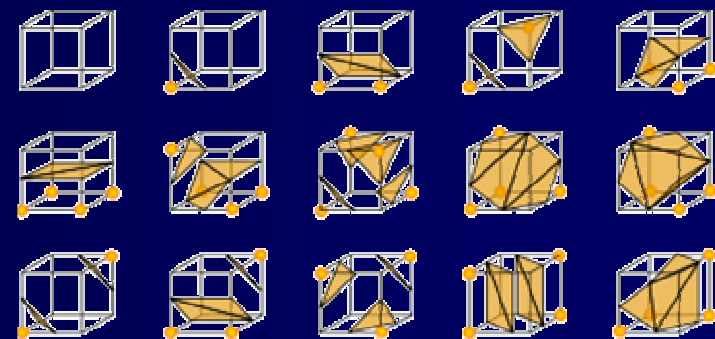


*Реконструкция модели черепа*

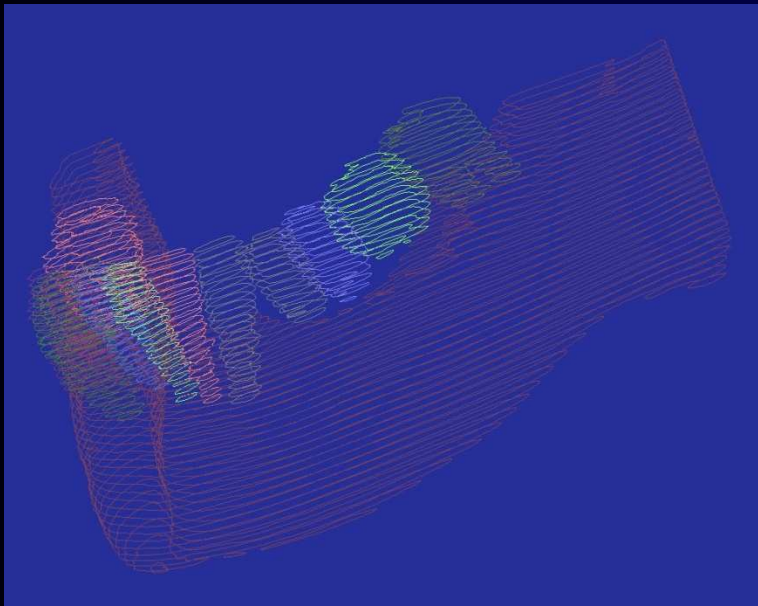


*Поверхность, генерируемая по маске модели (зубной ряд нижней челюсти)*

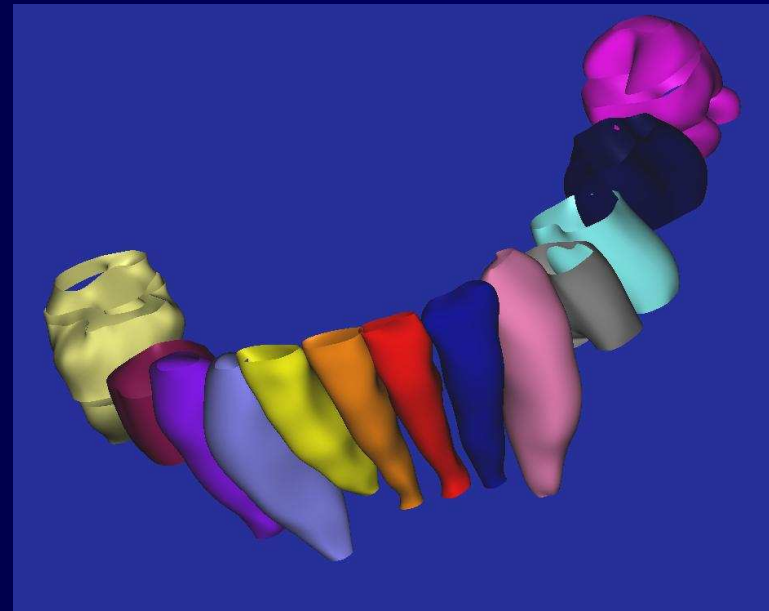
Сетка, задающая геометрическую форму поверхности объекта, получается, как правило, по методу марширующих кубов



# Получение поверхности по полилиниям



*Получение полилиний на слоях по маске модели*



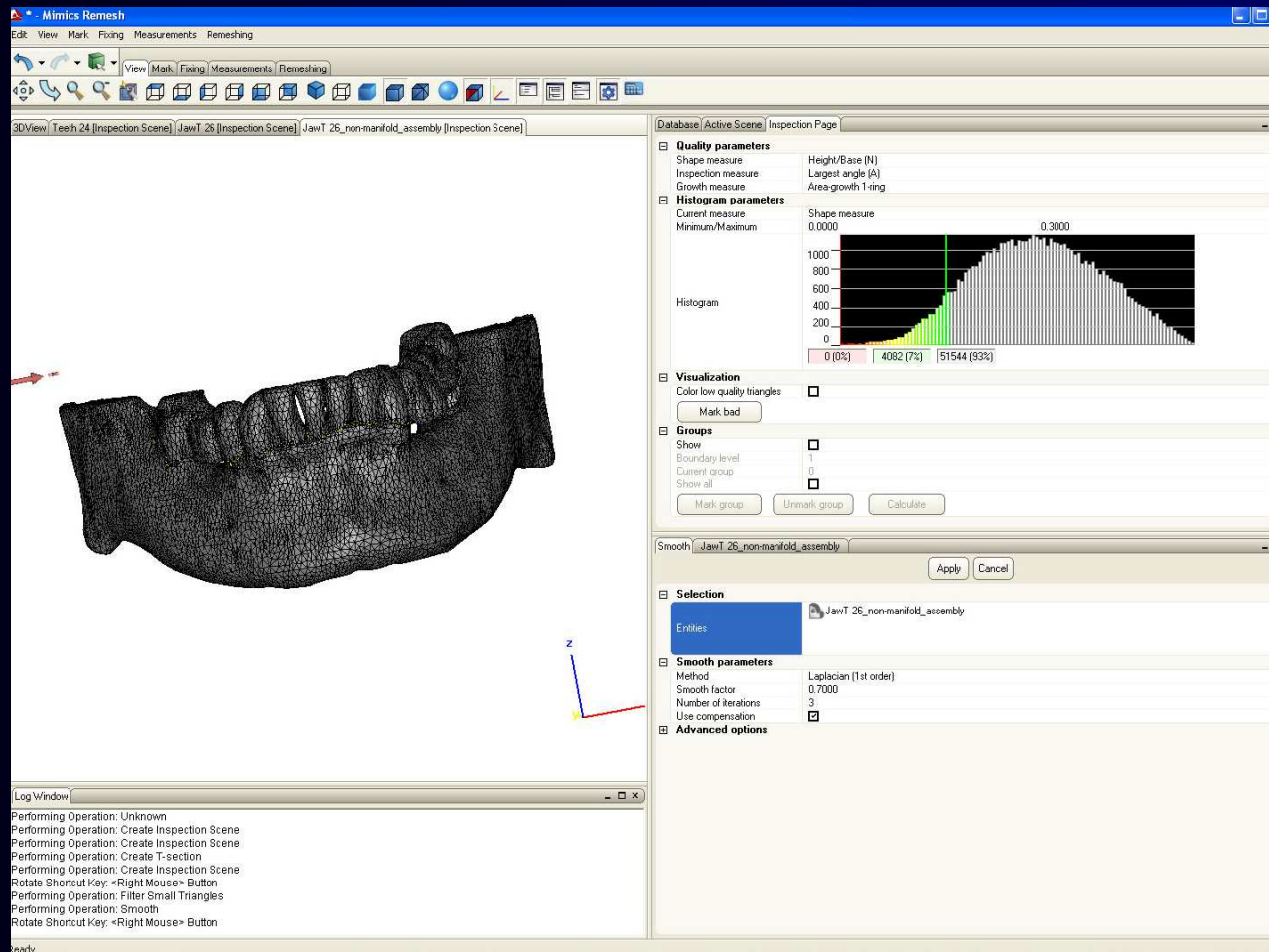
*Восстановление поверхностей моделей (зубной ряд нижней челюсти)*

# Оптимизация поверхностной сетки модели

**Поверхностная оптимизация сетки состоит из следующих этапов:**

- **сглаживание (Smooth);**
- **редуцирование (Reduce);**
- **автоматическая перестройка сетки (Auto Remesh);**
- **удаление треугольников с сохранением качества (Quality Preserving Reduce Triangles).**

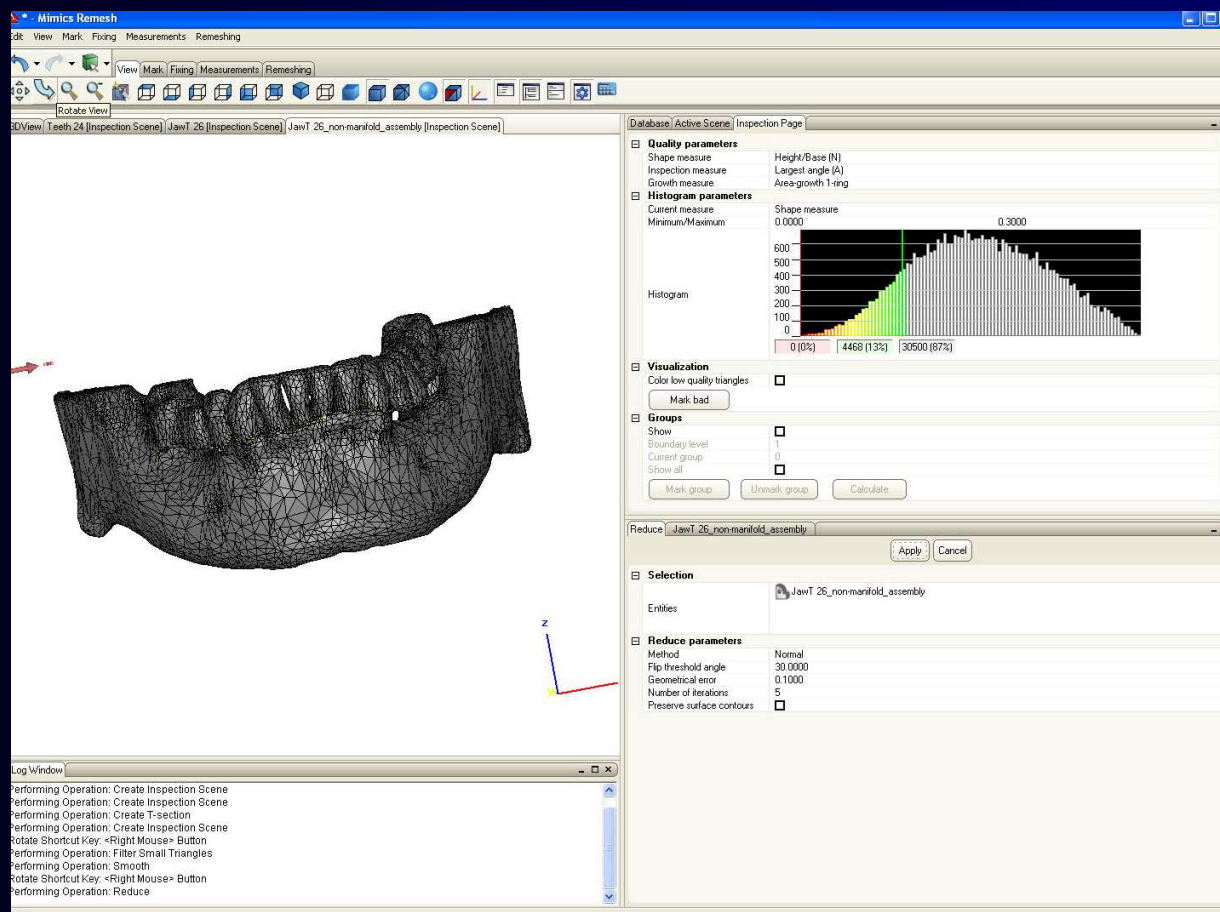
# Сглаживание (Smooth)



**Параметры сглаживания (Smooth). Метод: Лапласа (1-го порядка); сглаживающий коэффициент: 0,7; число итераций: 3; использовать компенсацию. Текущая мера: мера поверхности (0,3); число треугольников, не удовлетворяющих критерию: 4082 (7%), удовлетворяющих критерию: 51544 (93%).**



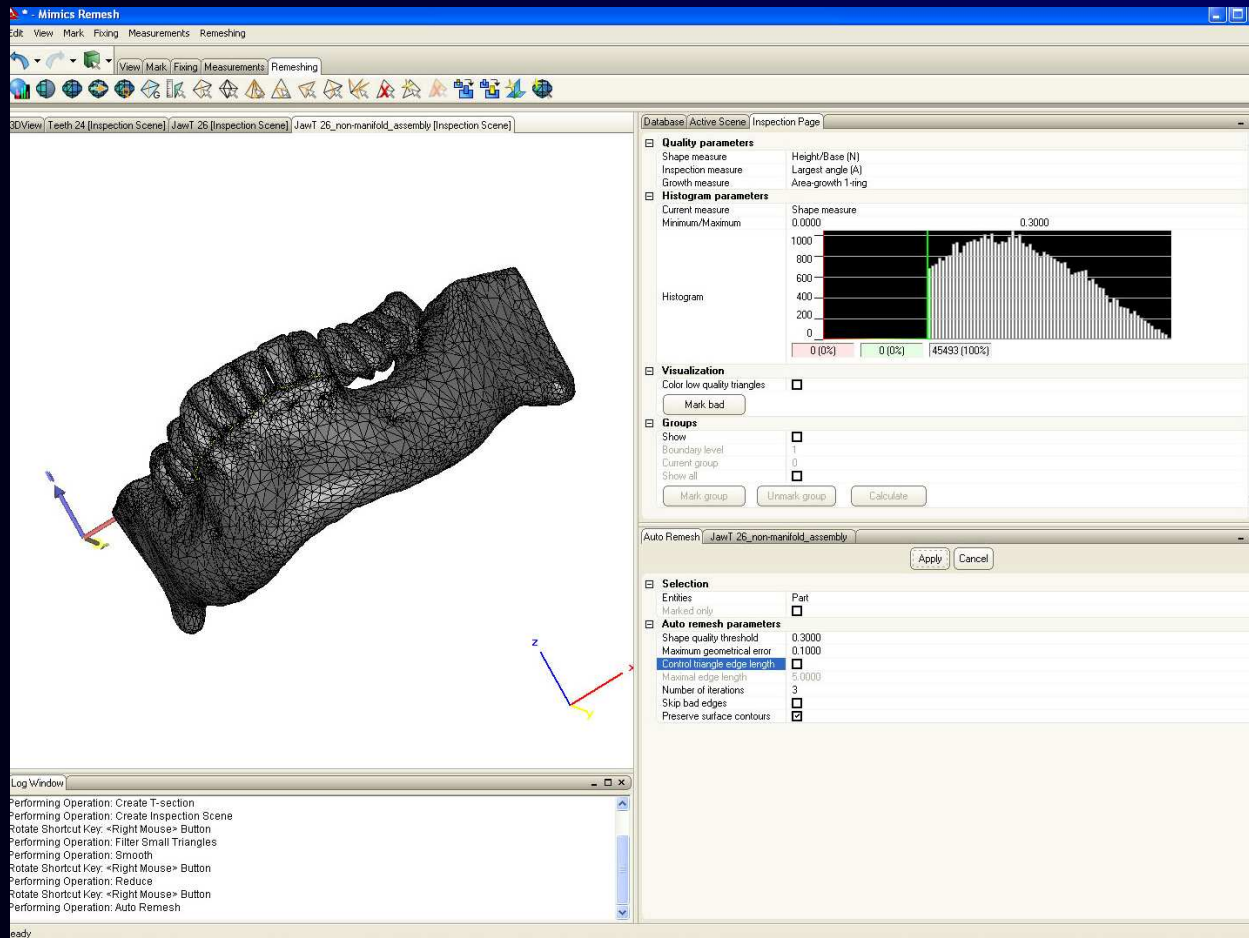
# Редуцирование (Reduce)



**Параметры редуцирования (Reduce). Метод: Normal; «Флип» порогового угла: 30; геометрическая ошибка: 0,1; число итераций: 5; не сохранять контура поверхности. Текущая мера: мера поверхности (0,3); число треугольников, не удовлетворяющих критерию: 4468 (13%), удовлетворяющих критерию: 30500 (87%).**

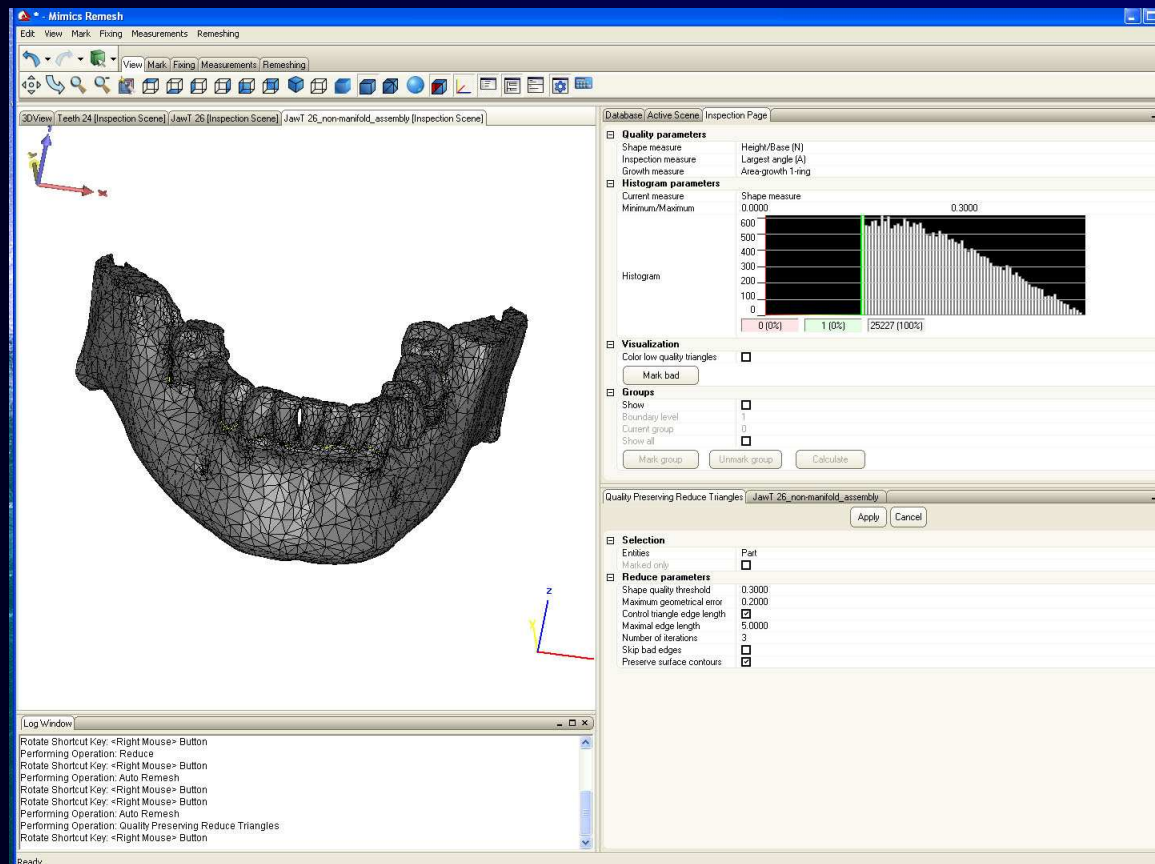


# Автоматическая перестройка сетки (Auto Remesh)



**Параметры автоматической перестройки сетки (Auto Remesh).** Порог качества поверхности: 0,3; максимальная геометрическая ошибка: 0,1; не контролировать длину ребра треугольника; число итераций: 3; не пропускать плохие ребра; сохранять контура поверхности. Текущая мера: мера поверхности (0,3); число треугольников, не удовлетворяющих критерию: 0 (0%), удовлетворяющих критерию: 45493 (100%).

# Удаление треугольников с сохранением качества (Quality Preserving Reduce Triangles)



Параметры удаление треугольников с сохранением качества (Quality Preserving Reduce Triangles). Порог качества поверхности: 0,3; максимальная геометрическая ошибка: 0,2; контролировать длину ребра треугольника; максимальная длина ребра: 5; число итераций: 3; не пропускать плохие ребра; сохранять контура поверхности. Текущая мера: мера поверхности (0,3); число треугольников, не удовлетворяющих критерию: 1 (0%), удовлетворяющих критерию: 25227 (100%).<sup>58</sup>

## Заключение

В работе дан обзор моделей и методик численного моделирования процесса перемещения зубов под действием системы нагружения со стороны ортодонтического аппарата, проведен анализ положения характерных точек зуба: центра сопротивления (ЦС) и центра вращения (ЦВ), описана структура системы геометрического моделирования и дискретизации объектов, полученных по данным снимков томографа, и основные алгоритмы, используемые для разработки генераторов сеток. Программа впоследствии войдет в состав препроцессора программного комплекса SPLIN, ориентированного на моделирование биомеханических конструкций в области стоматологии. Рассмотрено несколько примеров реконструкции объемных медицинских изображений в программном комплексе Mimics.

**Спасибо за внимание!**