

Ситуационный анализ при выборе орбит для околоземных космических экспериментов, исходя из задач проектов и с учетом технических ограничений

Виктория И. Прохоренко
vprokhorenko@mail.ru

Предисловие (1)

Автор считает своим долгом поделиться своим опытом и знаниями, накопленными в процессе подготовки и реализации космических экспериментов в области солнечно-земной физики.

В докладе обсуждаются проблемы выбора высокоапогейных орбит ИСЗ, исходя из задач космических экспериментов, нацеленных на изучение околоземного космического пространства, и с учётом технических ограничений.

В качестве инструмента для выбора орбит предлагается использовать ситуационный анализ, основанный на использовании математических моделей исследуемых областей околоземного космического пространства и орбитальных торов, которые образует орбита в системе координат, вращающейся вокруг оси z , или семейство орбит со свободным значением долготы восходящего узла в невращающейся системе координат.

Задача выбора орбиты сводится к выбору начальных значений пяти независимых орбитальных элементов $a_0, e_0, i_{eq0}, \omega_{eq0}, \Omega_{eq0}$ (с учётом различных ограничений на выбор каждого из этих элементов). Первые два элемента определяют форму орбитального эллипса, а остальные три элемента определяют начальное положение орбитального эллипса в инерциальном пространстве.

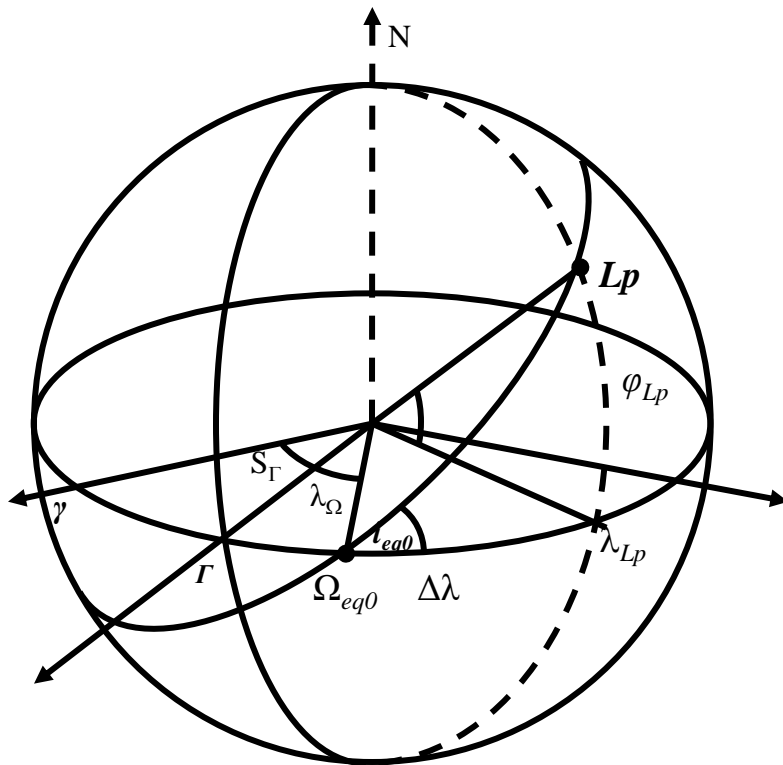
Предисловие (2)

Применение орбитальных торов, описывающих геометрию семейства орбит с фиксированными значениями первых четырёх орбитальных элементов при свободном значении пятого элемента (прямого восхождения восходящего узла Ω_{eq0}) позволяет свести рассматриваемую задачу к выбору этого орбитального элемента.

Для запуска КА (год, месяц и день) на выбранную орбиту (с фиксированным значением прямого восхождения восходящего узла) дата старта может быть выбрана практически произвольно (с дискретностью 2 недели), а время старта для каждой даты необходимо вычислять с учётом выбранного значения прямого восхождения восходящего узла, координат точки старта и наклона орбиты к плоскости земного экватора.

Упомянутая дискретность в выборе даты старта объясняется тем, что при запуске КА требуется учитывать амплитуду и фазу колебаний высоты перигея под влиянием гравитационных возмущений со стороны Луны [Эльясберг, 1965]. Эти колебания, период которых равен половине периода оборота Луны по её орбите, могут приводить к опасному снижению высоты перигея в первую неделю полёта. В дальнейшем эволюция высоты перигея происходит по законам вековой составляющей эволюции орбиты под влиянием внешних гравитационных возмущений, от этой составляющей зависит время существования орбиты, которое исчисляется годами и определяется исходя из начальных значений пяти орбитальных элементов. Обсуждение этих важных вопросов будет темой отдельного доклада.

Связь между начальным значением прямого восхождения восходящего узла Ω_{eq0} , датой DT и временем UTC старта из заданной точки с заданным наклонением к плоскости земного экватора



Начальное значение прямого восхождения восходящего узла Ω_{eq0} , измеряемое относительно точки весеннего равноденствия текущей эпохи, формируется в момент старта и выражается соотношением:

$$\Omega_{eq0} = S_{\Gamma}(DT, UTC) + \lambda_{Lp} - \arcsin(\operatorname{tg} \varphi_{Lp} / \operatorname{tg} i_{eq0}),$$

- где λ_{Lp} и φ_{Lp} — долгота и широта точки старта в геоцентрической гринвичской системе координат;
- i_{eq0} — начальное значение наклонения орбиты к плоскости земного экватора;
- $S_{\Gamma}(DT, UTC) = S_{\Gamma 0}(DT) + UTC \cdot \sigma \cdot 180/\pi$ — звёздное время гринвичского меридиана в момент старта, которое измеряется в градусах относительно точки весеннего равноденствия γ и определяется звёздным временем гринвичского меридиана $S_{\Gamma 0}$ в полночь даты старта и всемирным временем старта UTC.

ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ГЕОЦЕНТРИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ КООРДИНАТ

- Невращающаяся экваториальная система координат $Oxyz$: плоскость Oxy совпадает с плоскостью земного экватора, ось Ox направлена в точку весеннего равноденствия γ некоторой фиксированной эпохи, а ось Oz направлена по оси вращения земли. Положение произвольной точки на небесной сфере в этой системе координат определяется прямым восхождением α , и склонением δ , измеряемым относительно плоскости земного экватора.
- Вращающаяся Гринвичская экваториальная система координат: ось Ox_G лежит на пересечении плоскости земного экватора с плоскостью Гринвичского меридиана.
- Невращающаяся эклиптическая система координат $OXYZ$: плоскость OXY совпадает с плоскостью эклиптики, ось OX направлена по линии пересечения плоскостей эклиптики и экватора в точку весеннего равноденствия γ , а ось OZ - в полюс мира. Положение произвольной точки на небесной сфере в этой системе координат определяется эклиптической долготой λ , и эклиптической широтой β .
- Вращающаяся солнечно-эклиптическая система координат SE (или GSE): основная плоскость совпадает с плоскостью эклиптики, ось OZ_{SE} параллельна оси OZ , а ось OX_{SE} совпадает с направлением земля – солнце.

Орбитальные элементы, определяющие форму орбиты: большая полуось a и эксцентриситет e , связаны взаимно однозначными соотношениями с высотой апогея h_α и перигея h_π

При известных значениях высоты перигея и апогея над поверхностью шарообразной земли среднего радиуса $R = 6371.2$ км геоцентрическое расстояние перигея и апогея, большая полуось, эксцентриситет и Кеплеров орбитальный период P определяются формулами:

$$\begin{aligned} r_\pi &= h_\pi + R, \quad r_\alpha = h_\alpha + R, \\ a &= (r_\pi + r_\alpha)/2, \quad e = 1 - r_\pi/a = r_\alpha/a - 1. \end{aligned} \quad P = 2\pi \frac{a^{3/2}}{\sqrt{\mu}}$$

А при известных значениях a и e геоцентрическое расстояние и высота перигея и апогея, определяются следующими формулами

$$r_\pi = a(1 - e), \quad h_\pi = r_\pi - R, \quad r_\alpha = a(1 + e), \quad h_\alpha = r_\alpha - R,$$

Наряду с эксцентриситетом e используется безразмерный фокальный параметр

$$\varepsilon = 1 - e^2,$$

который при сохранении большой полуоси a возрастает и убывает вместе с высотой перигея (в то время, как эксцентриситет ведёт себя противоположным образом). Для эллиптических орбит области возможных значений ε и e совпадают и принадлежат интервалу $(0,1)$.

Эйлеровы угловые орбитальные элементы, определяющие положение орбиты в экваториальной системе координат Oxyz

- i_{eq} – наклонение орбиты к плоскости земного экватора,
- Ω_{eq} – прямое восхождение восходящего узла орбиты, измеряемое в плоскости земного экватора относительно точки весеннего равноденствия,
- ω_{eq} – аргумент широты перигея, измеряемый в плоскости орбиты относительно восходящего узла орбиты на плоскости земного экватора.

Восходящий узел AN лежит на линии пересечения орбиты с плоскостью экватора и соответствует точке перехода спутника из южного полушария в северное, нисходящий узел DN соответствует точке перехода спутника из северного полушария в южное

Области возможных значений угловых элементов:

$$i_{eq} (0, 180^\circ), \quad \Omega_{eq} (0^\circ, 360^\circ), \quad \omega_{eq} (0^\circ, 360^\circ)$$

В качестве примера будем рассматривать семейство орбит с начальными значениями высоты апогея и перигея над поверхностью Земли радиуса R , наклона к плоскости земного экватора и аргумента широты перигея, соответствующими семейству орбит серии

Прогноз- 1÷7

Высота апогея над поверхностью Земли	h_{a0}	200 000 км
Высота перигея над поверхностью Земли	$h_{\pi 0}$	600 км
Наклонение к плоскости Земного экватора	i_{eq0}	65°
Аргумент широты перигея	ω_{eq0}	290°

Ретроспективному геометрическому анализу этой серии орбит была посвящена работа трёх авторов [Назирова Р.Р., Прохоренко В.И., Шейхет А.И., 2002]

Соответствующие рассматриваемому семейству орбит начальные значения большой полуоси, эксцентриситета, фокального параметра, критические значения эксцентриситета $e^* (R/a_0)$ и параметра $\varepsilon^* (R/a_0)$ и Кеплеров орбитальный период P

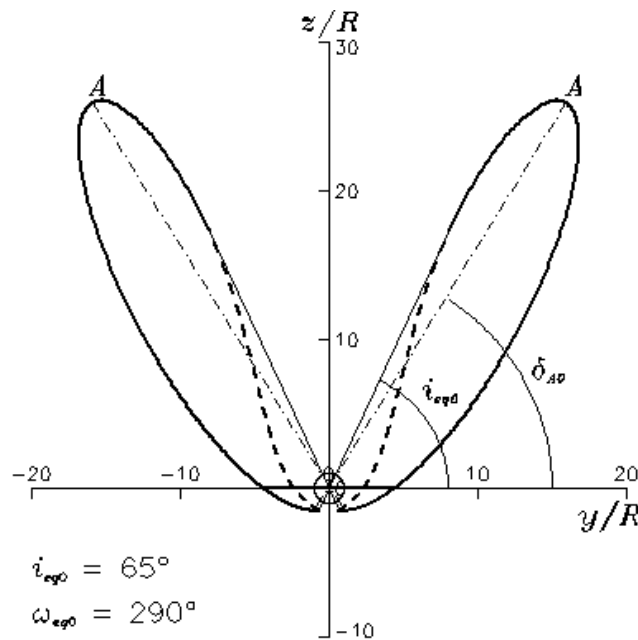
$a_0 = (h_{a0} + h_{\pi0})/2 + R$	106 600 км
a_0/R	16.7
$e_0 = 1 - (h_{\pi0} + R)/a_0$	0.935
$\varepsilon_0 = 1 - e_0^2$	0.126
$e^* (R/a_0) = 1 - R/a_0$	0.94
$\varepsilon^* (R/a_0) = 1 - e^{*2}$	0.116
Кеплеров орбитальный период P	4.07 суток

Примечание: Критические значения эксцентриситета e^* и фокального параметра ε^* соответствуют нулевому значению высоты перигея над поверхностью земли

Орбитальный тор семейства орбит со свободным значением параметра Ω_{eq0} в экваториальной системе координат $Oxyz$

Понятие орбитальный тор введено в работе [Прохоренко, 1983] и применялось в в работах [Прохоренко, 1984, 1985]

Форма орбитального тора со свободным значением параметра Ω_{eq0} определяется значениями четырёх орбитальных элементов: $a, e, i_{eq}, \omega_{eq}$



Используя в качестве независимой переменной аргумент широты u , измеряемый в плоскости орбиты от восходящего узла на плоскости земного экватора, запишем параметрическое уравнение меридионального сечения орбитального тора:

$$\sqrt{x^2 + y^2} = r \cos \delta, \quad z = r \sin \delta,$$

геоцентрическое расстояние r и широта δ каждой точки орбиты определяются формулами:

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos(u - \omega_{eq})}, \quad \sin \delta = \sin u \sin i_{eq}.$$

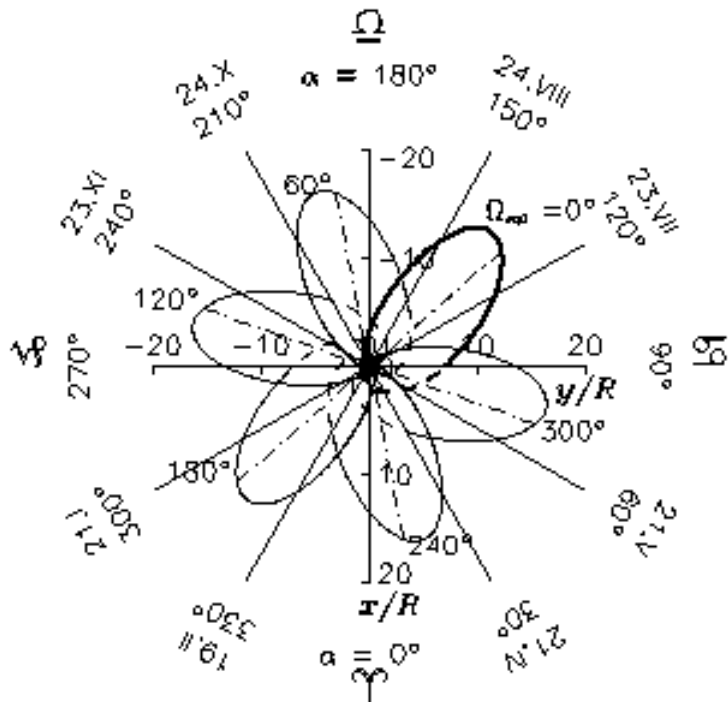
для определения координат x, y произвольной точки, принадлежащей поверхности орбитального тора, используются следующие формулы

$$x = r \cos \delta \sin \alpha, \quad y = r \cos \delta \cos \alpha, \quad \alpha = \Omega_{eq} + \Delta\alpha, \quad \operatorname{tg} \Delta\alpha = \operatorname{tg} u \cos i_{eq}.$$

На рисунке показано меридиональное сечение орбитального тора плоскостью Oyz

Восходящая ветвь орбиты, соответствующая значениям $u \in (-90^\circ, 90^\circ)$, показана штриховой линией, а нисходящая ветвь, соответствующая значениям $u \in (90^\circ, 270^\circ)$, – сплошной линией. Штрихпунктирной линией показана линия апсид, соединяющая точку перигея с точкой апогея.

Проекции орбит рассматриваемого семейства со свободным параметром Ω_{eq0} на плоскость земного экватора



На рисунке показаны проекции орбит, соответствующих значениям параметра Ω_{eq0} , которые определяются следующей формулой (с шагом $std = 60^\circ$):

$$\Omega_{eq0}(j) = (j-1) * std \quad \text{при } j = 1, 2, \dots, 360 / std$$

Значения параметра Ω_{eq0} для каждой орбиты показаны в точках апогея, прямое восхождение которых вычисляется из следующих выражений

$$\alpha_{A0}(\Omega_{eq0}(j)) = \Omega_{eq0}(j) + \Delta\alpha_{A0},$$

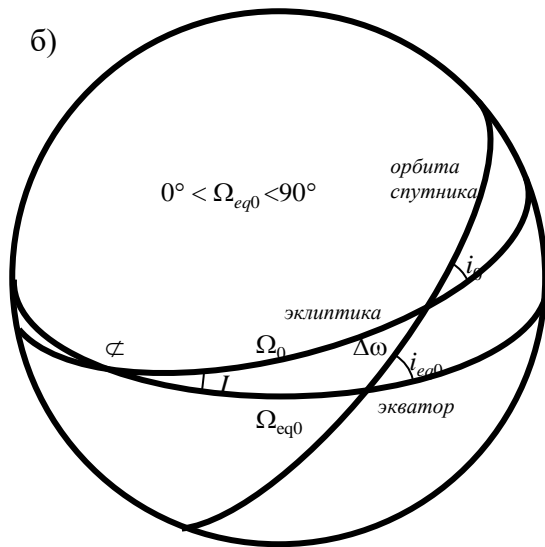
$$\Delta\alpha_{A0} = \arctg(\tg(\omega_{eq} - \pi), \cos i_{eq})$$

На рисунке показана разметка шкалы значений прямого восхождения α с шагом 30° . Эта разметка снабжена датами, в которые направление земля - солнце проходит через соответствующие меридианы. Напомним, что положение солнца в системе координат Ox_{uz} определяется прямым восхождением α и склонением δ . Даты равноденствий и солнцестояний отмечены на этой шкале знаками Зодиака.

Обсуждение

- Приведенный на предыдущем слайде рисунок является подтверждением известного факта, который состоит в том, что все орбиты рассматриваемого семейства в системе координат Охуз похожи друг на друга и отличаются между собой лишь положением проекции орбиты на плоскости земного экватора и датой прохождения солнца через меридиан, определяемый радиус-вектором точки апогея.
- Однако, как показали космические исследования в области солнечно-земной физики, геометрия околоземного космического пространства связана с плоскостью эклиптики и с направлением земля – солнце и это немаловажное обстоятельство необходимо учитывать при выборе орбит, исходя из задач проектов и геометрических моделей ключевых областей околоземного пространства.

Связь между угловыми элементами i_{eq} , ω_{eq} , Ω_{eq} , измеренными в экваториальной системе координат $Oxyz$ и угловыми элементами i , ω , Ω измеренными в эклиптической системе координат $OXYZ$



$$\cos i = \cos \Omega_{eq} \sin i_{eq} \sin I + \cos i_{eq} \cos I, \quad \Delta i = i_{eq} - i,$$

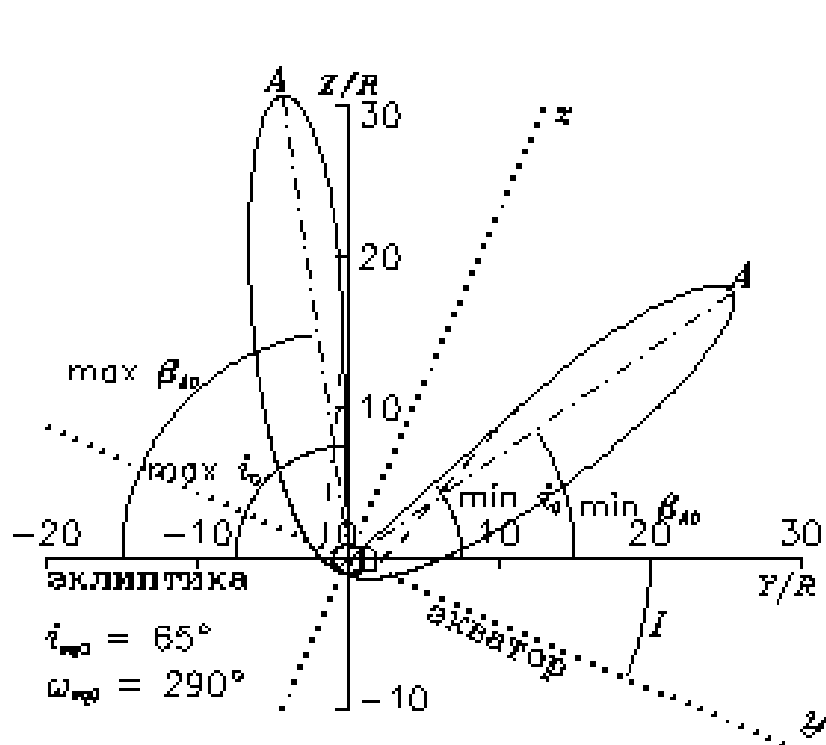
$$\cos \Delta\omega = (\sin i_{eq} \cos I - \cos \Omega_{eq} \cos i_{eq} \sin I) / \sin i,$$

$$\text{sign}(\sin \Delta\omega) = \text{sign}(\sin \Omega_{eq}), \quad \omega = \omega_{eq} - \Delta\omega,$$

$$\cos \Omega = \frac{-\cos i_{eq} + \cos i \cos I}{\sin i \sin I}, \quad \sin \Omega = \frac{\sin i_{eq} \sin \Omega_{eq}}{\sin i},$$

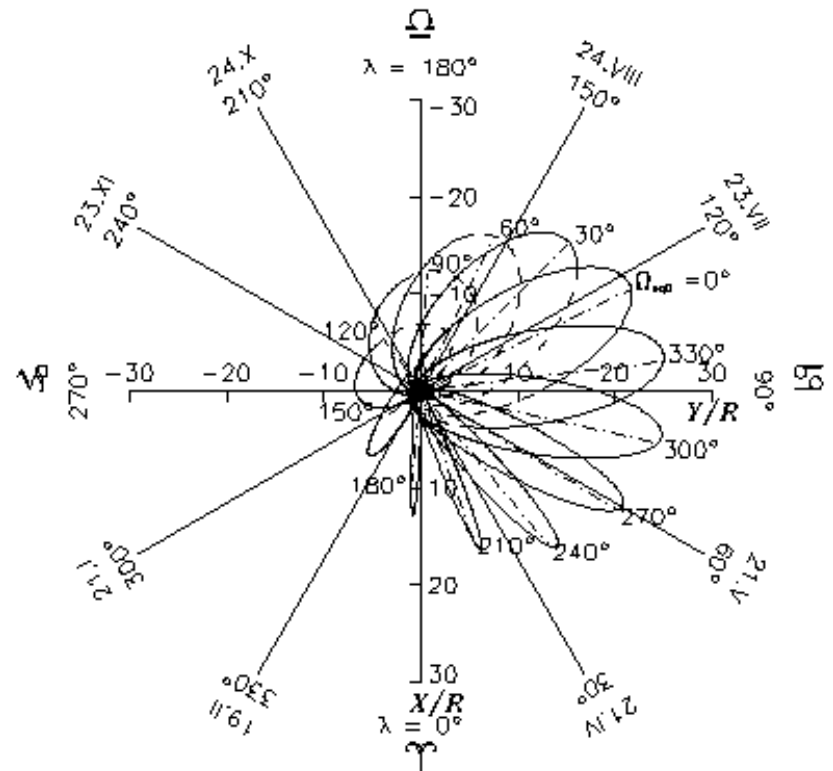
где $I = \sim 23.5^\circ$ – угол наклона плоскости эклиптики к плоскости земного экватора.

ПОЛОЖЕНИЕ ОРБИТАЛЬНОГО ТОРА СО СВОБОДНЫМ ПАРАМЕТРОМ Ω_{eq0} В СИСТЕМЕ КООРДИНАТ $OXYZ$



меридиональное сечение плоскостью OYZ орбитального тора, построенного в системе координат $Oxyz$.

Оси Oy и Oz показаны пунктирными линиями

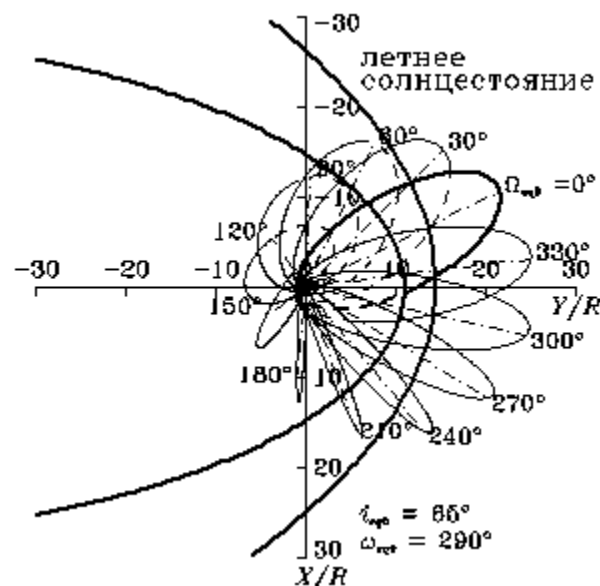
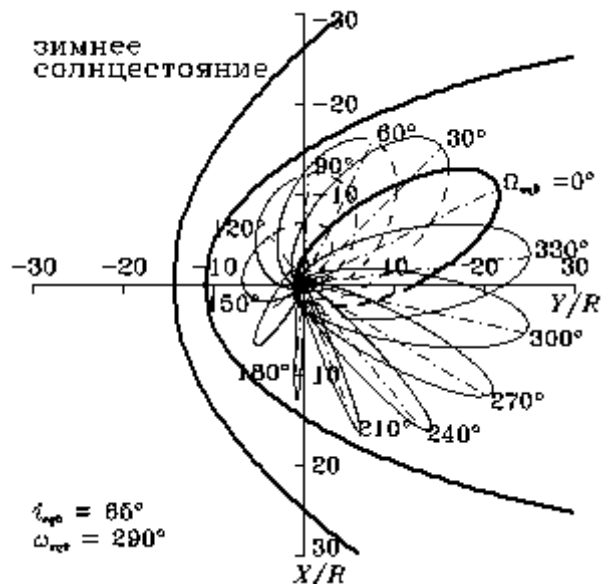
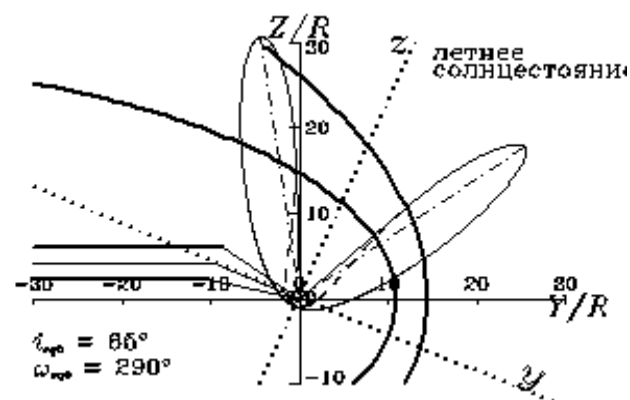
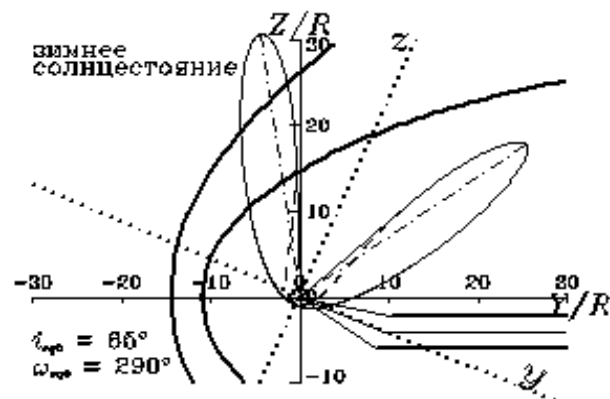


Проекция на плоскость эклиптики «представителей» семейства орбит, соответствующих значениям Ω_{eq0} , указанным в точках апогея

Обсуждение 2

- Сопоставление рисунков, демонстрирующих семейство орбит в экваториальной и эклиптической системах координат демонстрируют существенное различие в геометрии орбит при различных значениях свободного параметра Ω_{eq0} .
- Дополнительную информацию о рассматриваемом семействе орбит можно получить, сопоставляя орбитальный тор с модельными границами магнитосферы. На следующем слайде показано положение магнитосферы относительно рассматриваемого орбитального тора для дат летнего и зимнего солнцестояния.
- Для описания формы и пространственного положения границ магнитосферы использованы следующие модели: околоземная ударная волна [*Fairfield, 1971*], магнитопауза [*Sibeck, 1991*], нейтральный слой ночной области магнитосферы [*Fairfield, 1980*]

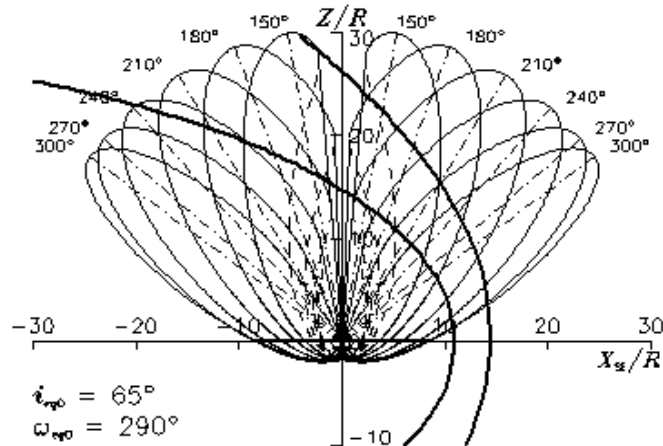
Положение магнитосферы относительно орбитального тора рассматриваемого семейства орбит для двух дат летнего и зимнего солнцестояния



Обсуждение 3

- Показанные на предыдущем слайде рисунки наглядно демонстрируют тот факт, что не орбита вращается относительно магнитосферы, а магнитосфера относительно орбиты.
- Эти рисунки также позволяют оценить области магнитосферы, которые доступны различным орбитам рассматриваемого семейства.
- Для демонстрации положения относительно магнитосферы отдельных орбит рассматриваемого семейства, используются годовые орбитальные торы, которые образуются во вращающейся солнечно-эклиптической системе координат.

Годовые орбитальные торы в солнечно-эклиптической системе координат семейства орбит типа *Прогноз- 1÷7* со свободным параметром Ω_{eq0}

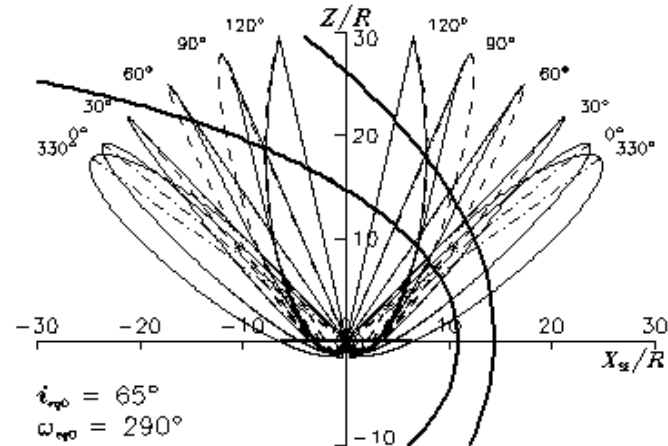


Положение орбитального эллипса в системе координат $OXYZ$ при заданном значении Ω_{eq0}

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos(u-\omega_0)}, \quad \sin \beta = \sin u \sin i_0.$$

$$\operatorname{tg} \Delta \lambda(u) = \operatorname{tg} u \cos i_0, \quad \lambda(u) = \Omega_0 + \Delta \lambda(u)$$

$$X = r \cos \beta \cos \lambda, \quad Y = r \cos \beta \sin \lambda, \quad Z = r \sin \beta$$



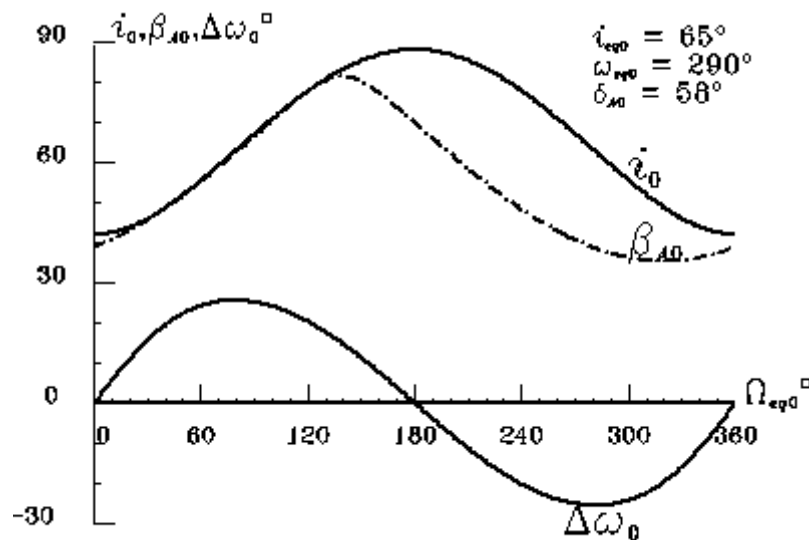
Меридиональное сечение годового орбитального тора и координаты произвольной точки орбиты в SE системе координат

$$X_{SE}^2 + Y_{SE}^2 = r^2 \cos^2 \beta, \quad Z_{SE} = Z = r \sin \beta,$$

$$\lambda_{SE}(u) = \lambda(u) - \lambda_{\odot},$$

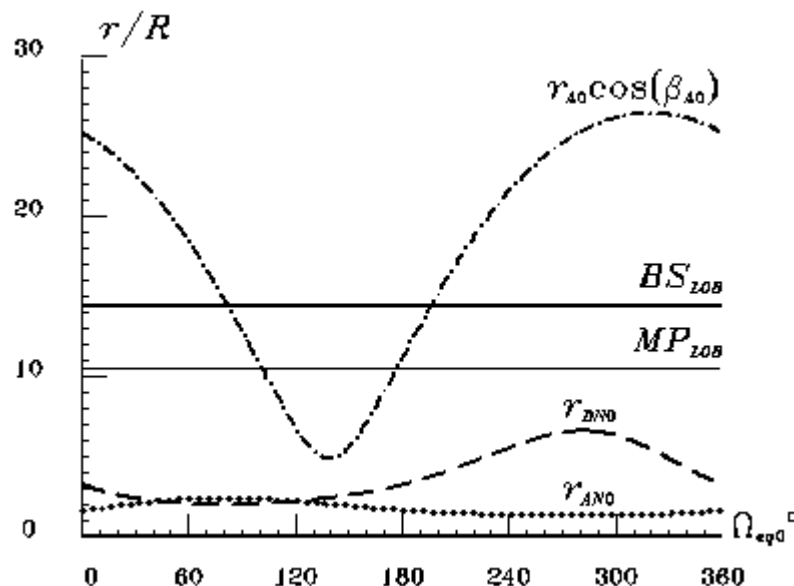
$$X_{SE} = r \cos \beta \cos \lambda_{SE}, \quad Y_{SE} = r \cos \beta \sin \lambda_{SE}.$$

Параметрический анализ геометрических особенностей семейства орбит типа *Прогноз-1÷7*



Зависимость от параметра Ω_{eq0} начальных значений угловых элементов, измеряемых в эклиптической системе координат:

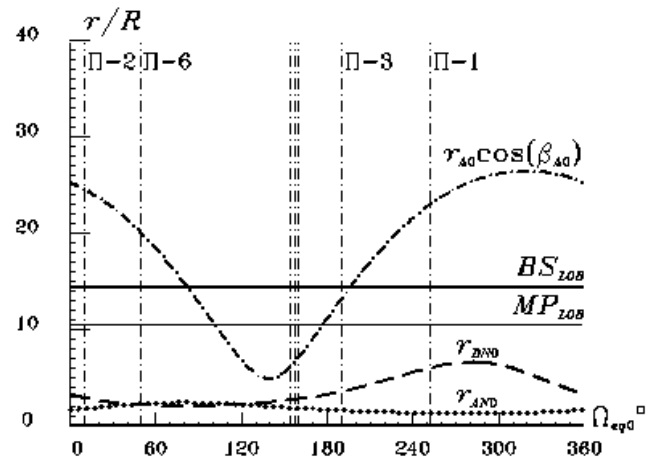
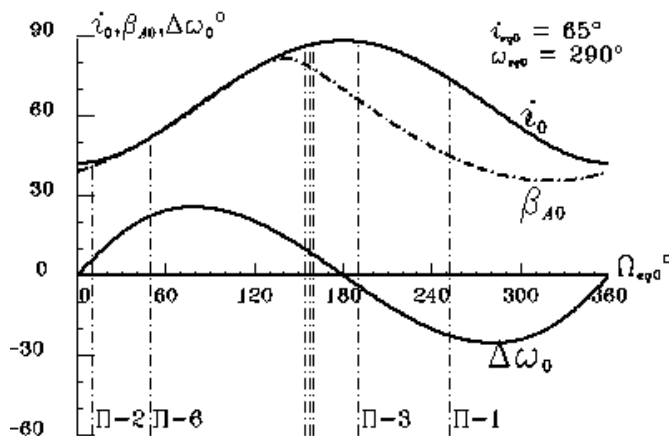
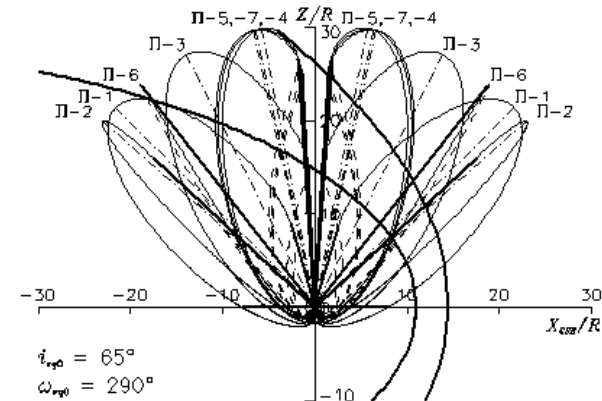
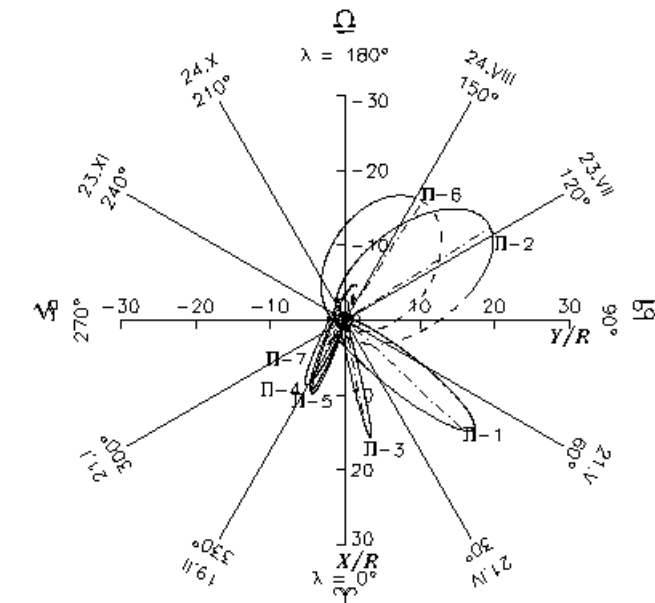
$$i_0, \omega_0 = \omega_{eq0} - \Delta\omega_0, \beta_{A0}.$$

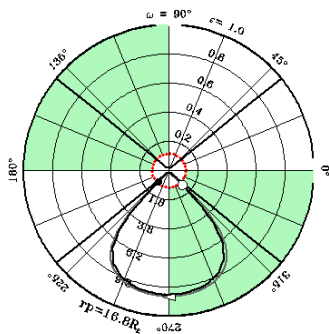


Зависимость от параметра Ω_{eq0} расстояния точки апогея от оси OZ , и геоцентрических расстояний восходящего r_{AN} и нисходящего r_{DN} узлов линии пресечения орбиты с плоскостью эклиптики

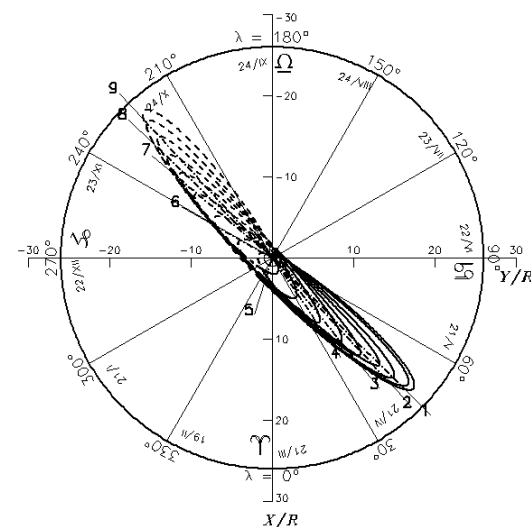
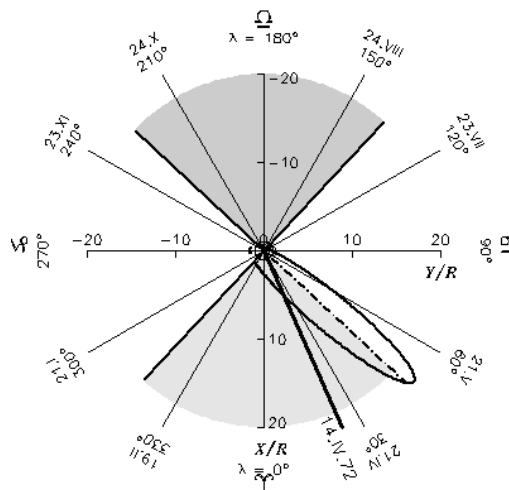
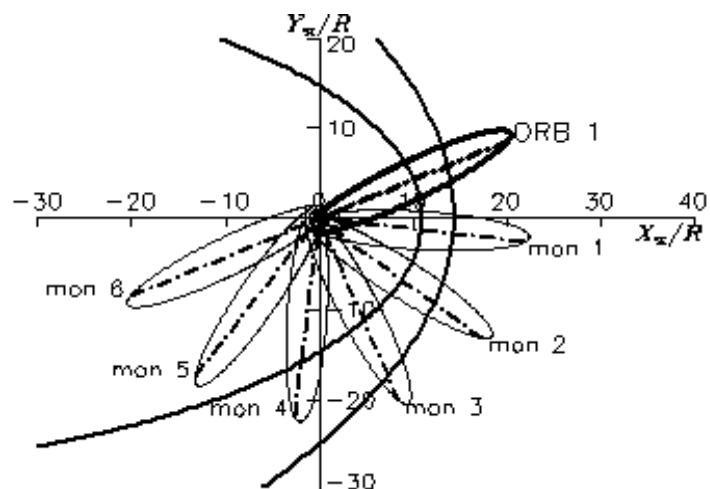
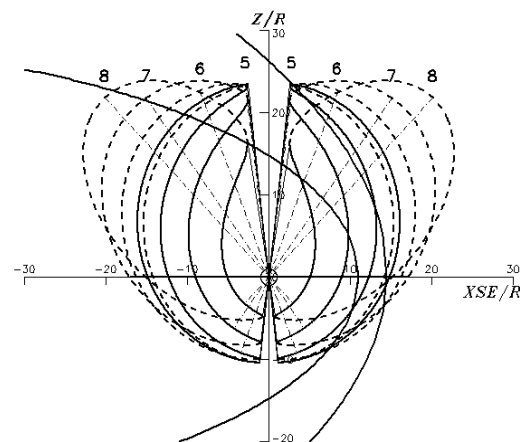
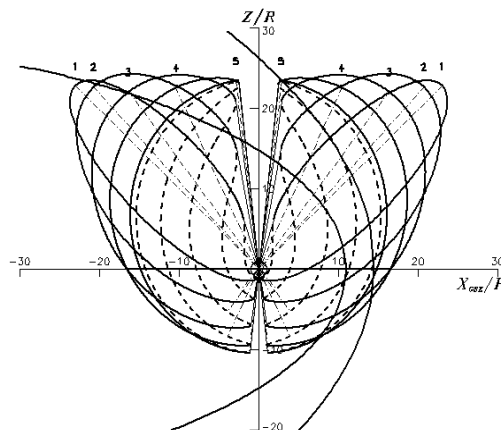
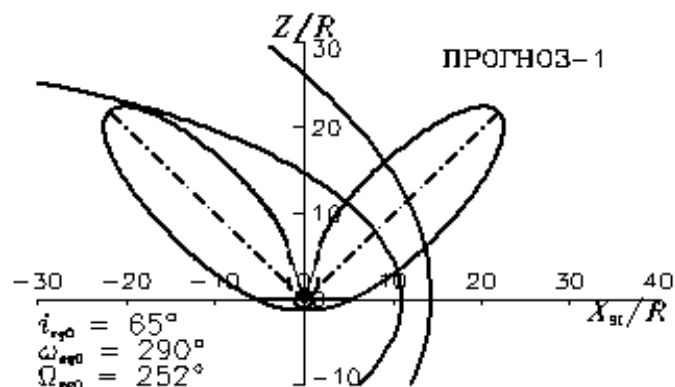
Показанные на втором рисунке расстояния измеряются в радиусах земли; линии BS_{LOB} и MP_{LOB} соответствуют геоцентрическим расстояниям лобовых (подсолнечных) точек модельных поверхностей ударной волны и магнитопаузы

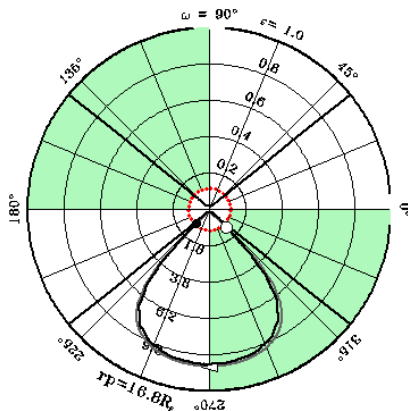
Реализованные орбиты КА серии *Прогноз-1÷7* и соответствующие годовые орбитальные торы





Годовой орбитальный тор КА Прогноз 1 и его вековая эволюция под влиянием внешних гравитационных возмущений





Комментарии к предыдущему слайду

На верхнем рисунке показана вековая эволюция фокального параметра ε в функции аргумента перигея под влиянием внешних гравитационных возмущений. Светлым кружком отмечена начальная точка, а тёмным кружком – точка, соответствующая завершению баллистического существования орбиты

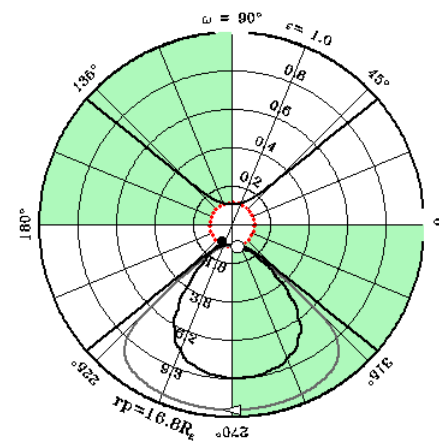
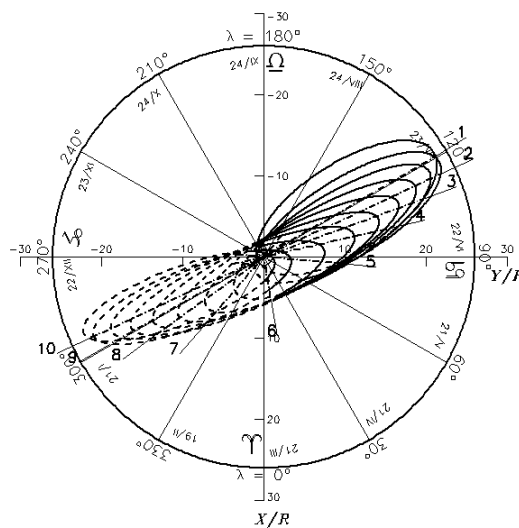
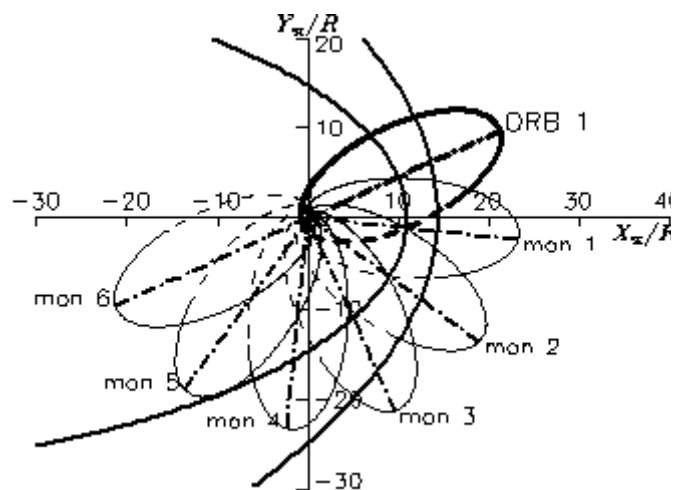
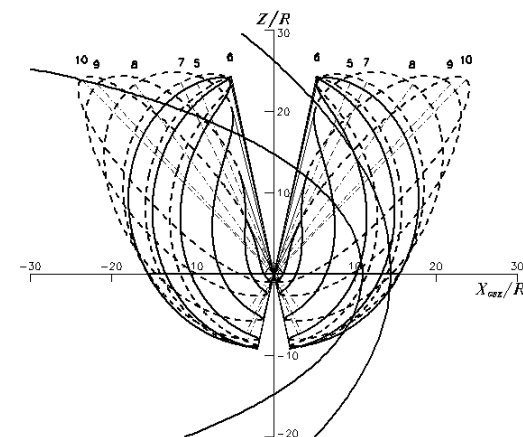
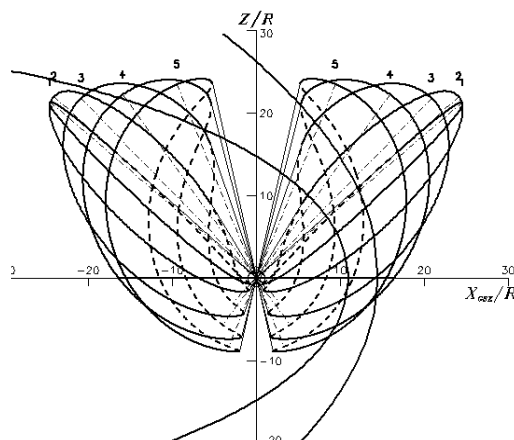
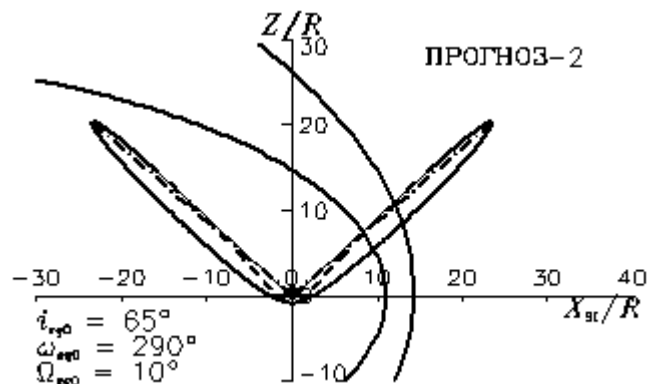
На первом рисунке верхнего ряда показан годовой тор, соответствующий начальным значениям орбитальных элементов. Второй и третий рисунки демонстрируют с дискретностью 1 год эволюцию годового тора под влиянием внешних гравитационных возмущений.

На первом рисунке второго ряда показаны проекции орбиты на плоскость эклиптики в солнечно-эклиптической системе координат в течение первого полугодия с дискретностью 1 месяц.

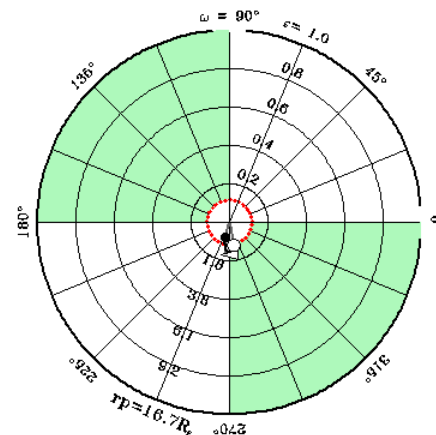
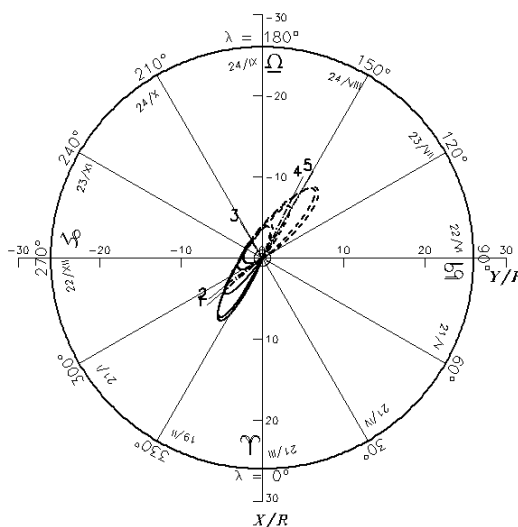
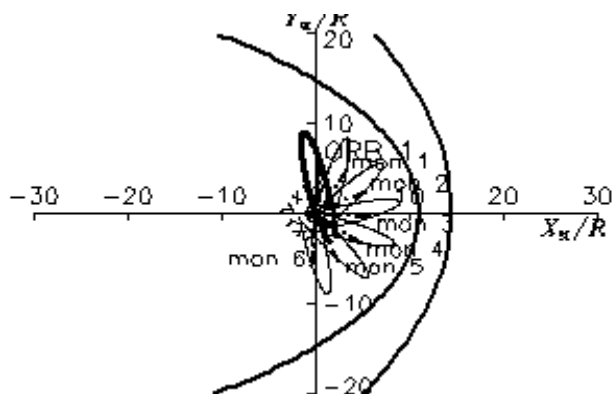
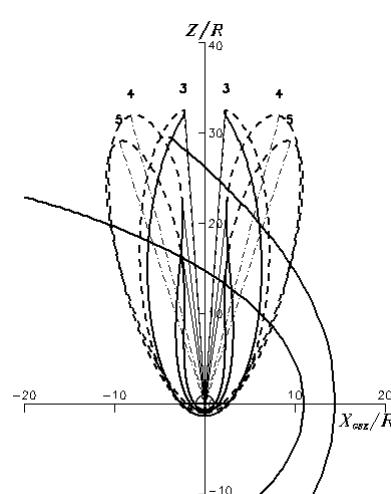
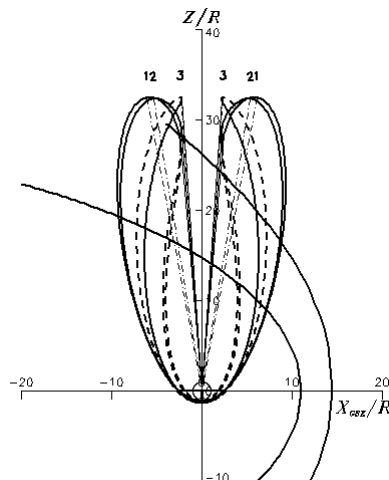
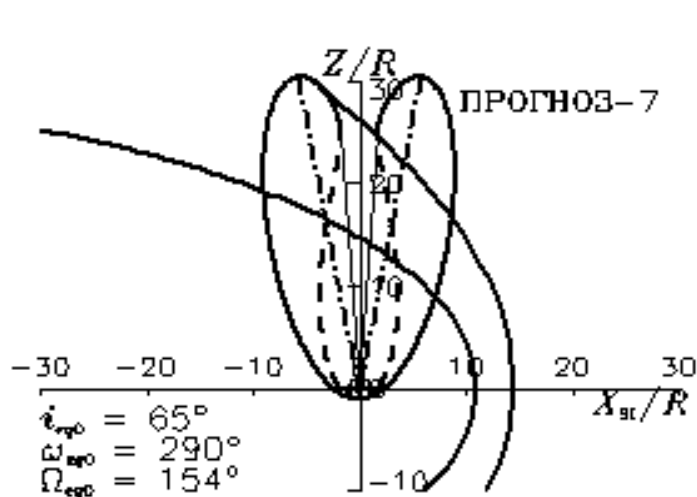
На втором рисунке на плоскости эклиптики в системе координат $OXYZ$ показано начальное положение проекции орбитального эллипса и положение солнца в дату старта. Светлой тонировкой выделена та четверть года, в течение которой орбита находится в вечерне-полуденном секторе, а более тёмной тонировкой - четверть года, в течение которой орбита находится в утренне-полуночном секторе.

На последнем рисунке показана проекция эволюционирующей орбиты на плоскость эклиптики с дискретностью один год.

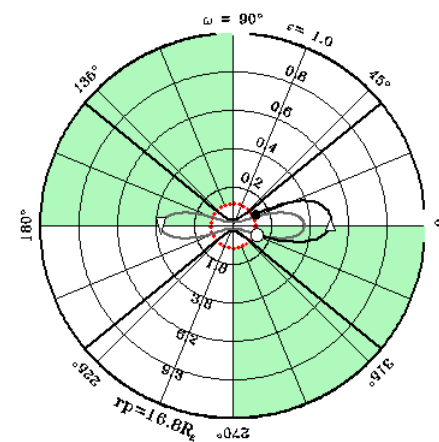
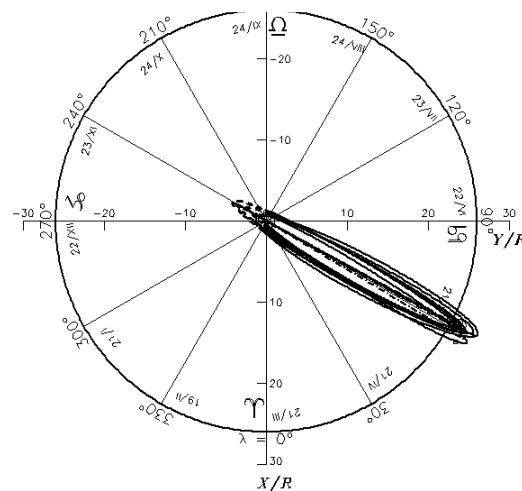
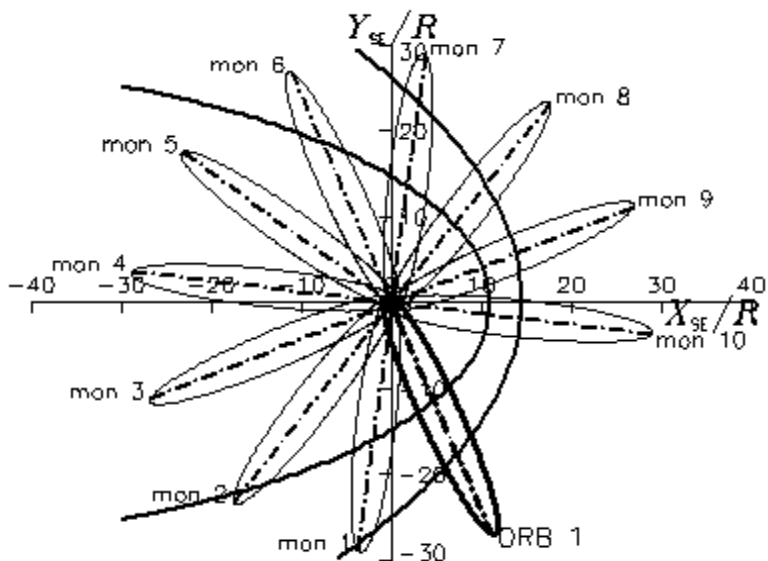
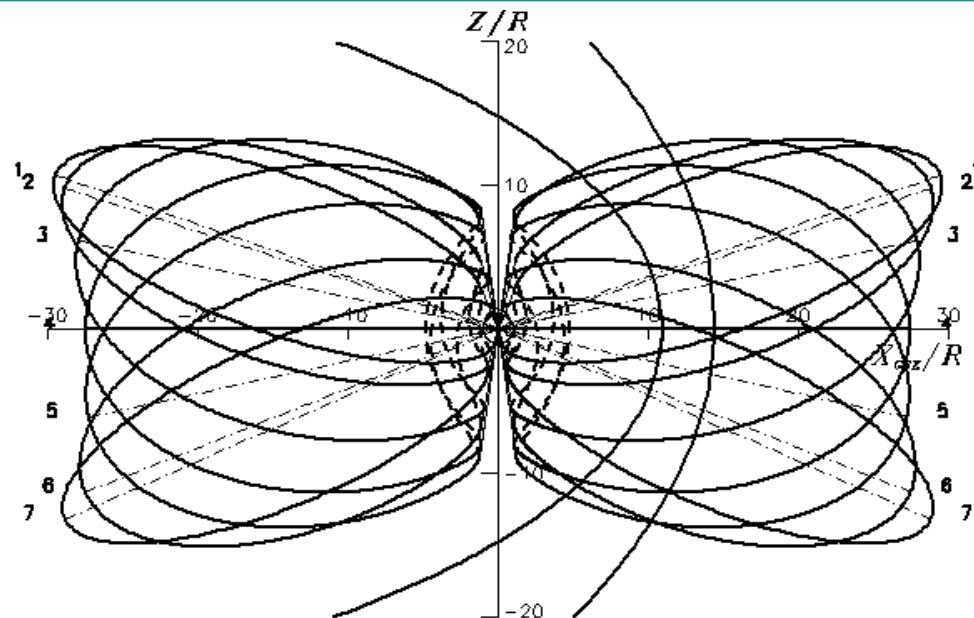
Годовой орбитальный тор КА Прогноз 2 и его вековая эволюция под влиянием внешних гравитационных возмущений



Годовой орбитальный тор КА Прогноз 7 и его вековая эволюция под влиянием внешних гравитационных возмущений

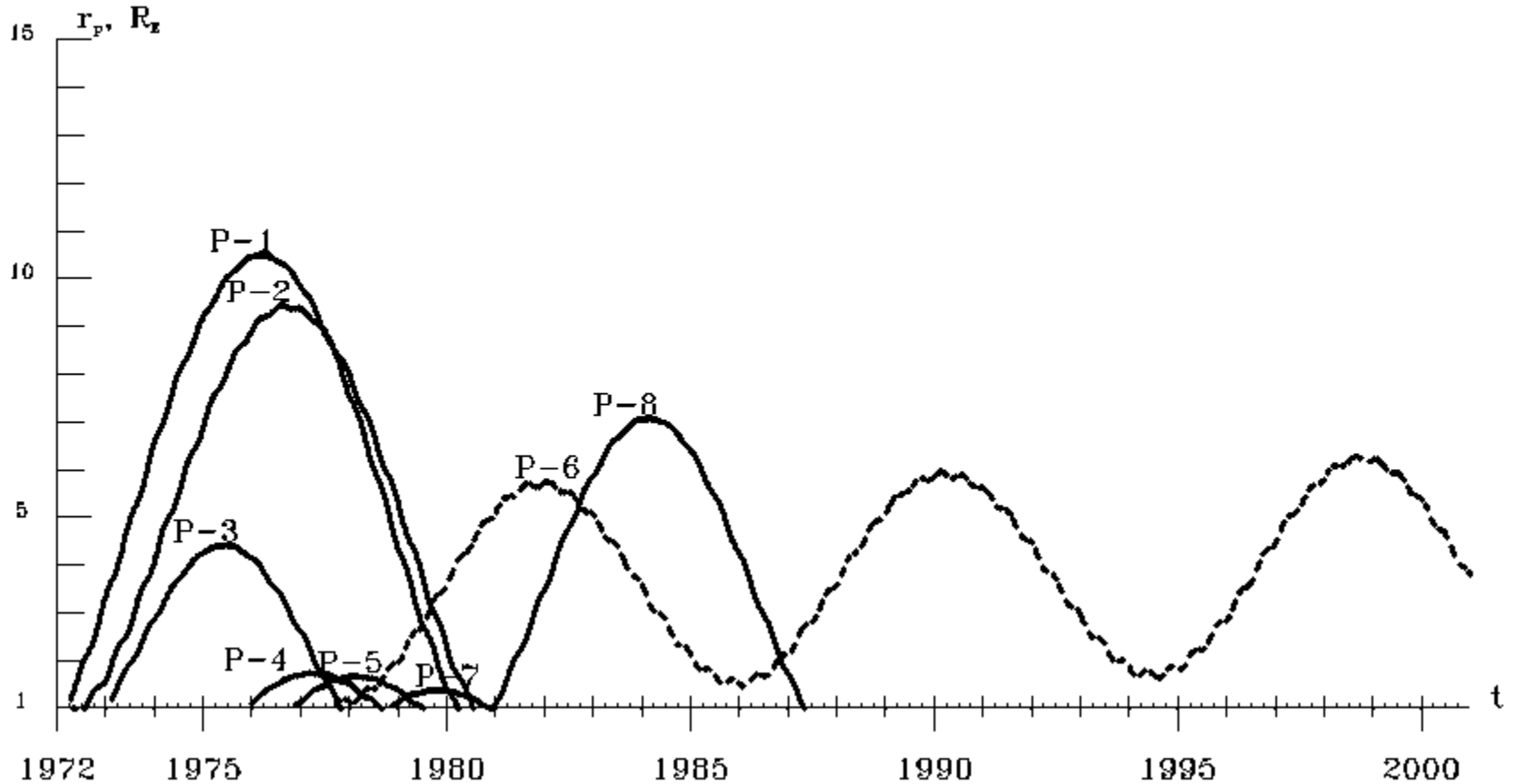


Годовой орбитальный тор КА Интербол-1 и его вековая эволюция под влиянием внешних гравитационных возмущений



Время существования орбит КА серии

Прогноз- 1÷7



Комментарии к предыдущим слайдам

На предыдущих слайдах было продемонстрировано, что вековая эволюция орбит зависит от начальных значений пяти орбитальных элементов, определяющих положение орбиты в инерциальном пространстве.

В качестве эффективного инструмента, позволяющего учитывать особенности вековой эволюции высокоапогейных орбит под влиянием внешних гравитационных возмущений, были использованы полученные М.Л. Лидовым [Лидов, 1961] первые интегралы вполне интегрируемой системы дифференциальных уравнений спутникового варианта двукратно осредненной ограниченной задачи трёх тел (задачи Хилла).

К работам М.Л. Лидова в области качественных методов теории возмущений в своё время мой внимание привлёк П.Е. Эльясберг, 100-летие которого мы отмечали в 2014 году.

Картинка, подобная той, которая показана на предыдущем слайде и демонстрирует время баллистического существования орбит КА серии Прогноз- 1÷7, была получена мной из рук П.Е. и пробудила мой интерес к этим проблемам. Это было более двадцати пяти лет назад, однако вплотную заняться упомянутой тематикой удалось лишь в начале 2000 года, когда П.Е. и М.Л. уже не было с нами.

Благодарности учителям

*В заключение автор считает своим долгом выразить
благодарность своим учителям профессору Павлу
Ефимовичу Эльясбергу и профессору Борису Исааковичу
Рабиновичу за мудрые советы и моральную поддержку*

Литература

- [Лидов, 1961] Лидов М.Л. Эволюция орбит искусственных спутников планет под действием гравитационных возмущений внешних тел // Искусственные спутники Земли. 1961. № 8. С. 5.
- [Назирова Р.Р., Прохоренко В.И., Шейхет А.И., 2002] Назирова Р.Р., Прохоренко В.И., Шейхет А.И. Ретроспективный геометрический анализ долгопериодической эволюции орбит и времени баллистического существования ИСЗ серии *Прогноз* // Космич. исслед. 2002. Т. 40. № 5. С. 538–554.
- [Прохоренко, 1983] Прохоренко В.И. Орбитальные торы в задачах ситуационных исследований // Пр-770 ИКИ АН СССР 1983. С. 26.
- [Прохоренко, 1984] Прохоренко В.И. Ситуационный анализ орбит станций «ПРОГНОЗ» // Сб. Исследование солнечной активности и космическая система «ПРОГНОЗ». М. Наука, 1984. С. 214-230.
- [Прохоренко, 1985] Прохоренко В.И. Ситуационный анализ орбит Хвостового и Аврорального зондов в проекте «ИНТЕРБОЛ» // Пр. ИКИ АН СССР № 1037, М. 1985. С. 70.
- [Эльясберг, 1965] Эльясберг П.Е. Введение в теорию полета искусственных спутников Земли // М.: Наука Физматлит. 1965. С. 540.
- [Fairfield, 1971] Fairfield D.H. Average and unusual location of the earth's magnetopause and bow shock // J. Geophys. Res. 1971. V. 76. P. 6700 - 6716.
- [Fairfield, 1980] Fairfield D.H. A Statistical Determination of the Shape and Position of the Geomagnetic Neutral Sheet // J. Geophys. Res. 1980. V. 85. P. 775-780.
- [Sibeck, 1991] Sibeck D.G., Lopez R.E., and Roelof E.C. Solar wind control of the magnetopause shape, location, and motion // J. Geophys. Res. 1991.V. 96. P. 5489-5495.