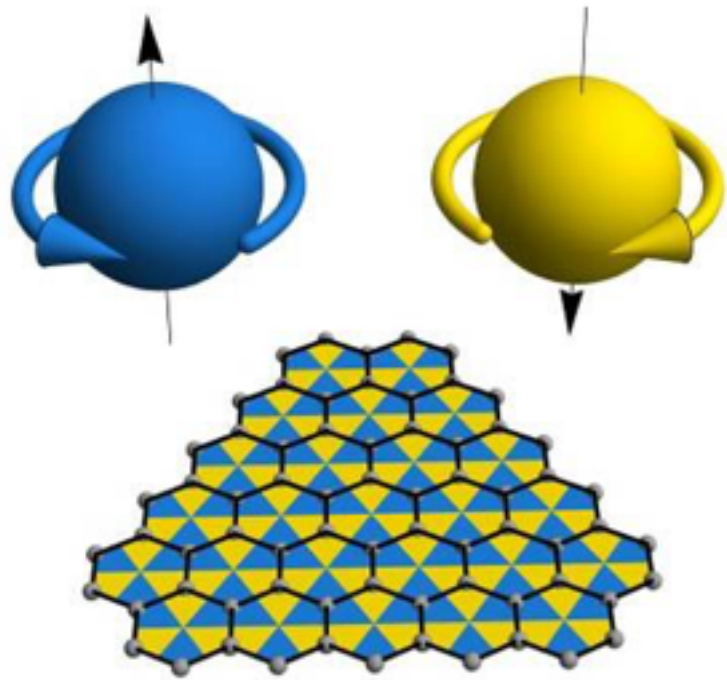


ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ КОНСЕРВАТИВНОГО АЛГОРИТМА ПАРАЛЛЕЛЬНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИСКРЕТНЫХ СОБЫТИЙ В СЕТЯХ SMALL WORLD

.....
*Зиганурова Лилия, научный руководитель Щур Л.Н.
Конференция «Методы суперкомпьютерного моделирования», г. Таруса, 24 - 26 мая 2016*

ПРИМЕРЫ СИСТЕМ С ДИСКРЕТНЫМИ СОБЫТИЯМИ



- Магнитные системы
- Телекоммуникационные сети
- Транспортные сети



ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИСКРЕТНЫХ СОБЫТИЙ

Система

Моделируемая система

Подсистемы

#1

#2

#3

...

#N-1

#N

Логические
процессы

#1

#2

#3

...

#N-1

#N

Процессорные
элементы

#1

#2

#3

...

#N-1

#N

КОНЦЕПЦИЯ ВИРТУАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ

Logical
processes



Local Virtual
Time (LVT)

τ_1 τ_2 τ_3 ... τ_{N-1} τ_N

Jefferson D.R. Virtual Time // ACM Trans. on Programming Languages and Systems (TOPLAS). 1985.V. 7. P. 404–425.

КОНЦЕПЦИЯ ВИРТУАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ

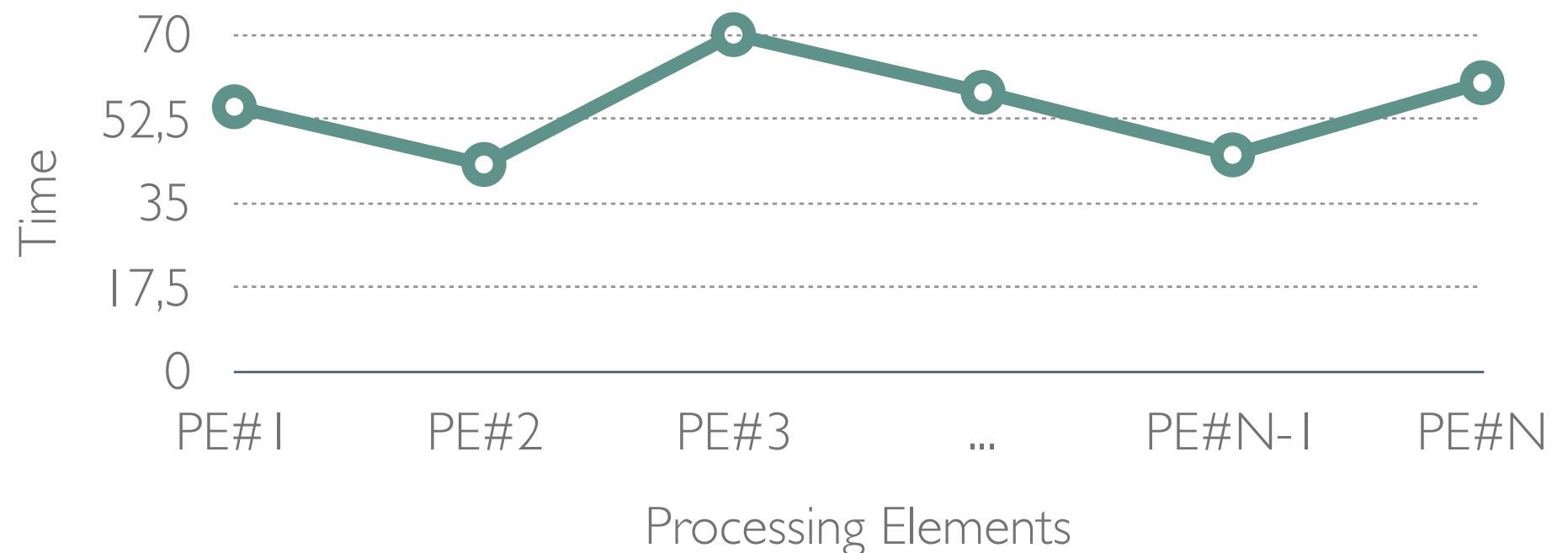
Logical processes



Local Virtual Time (LVT)

τ_1 τ_2 τ_3 ... τ_{N-1} τ_N

LVT Profile



Jefferson D.R. Virtual Time // ACM Trans. on Programming Languages and Systems (TOPLAS). 1985.V. 7. P. 404–425.

КОНСЕРВАТИВНЫЕ АЛГОРИТМЫ

Избегают возможные ошибки причинности, проверяя причинно-следственные отношения между потенциально взаимосвязанными событиями на каждом шаге моделирования

ОПТИМИСТИЧЕСКИЕ АЛГОРИТМЫ

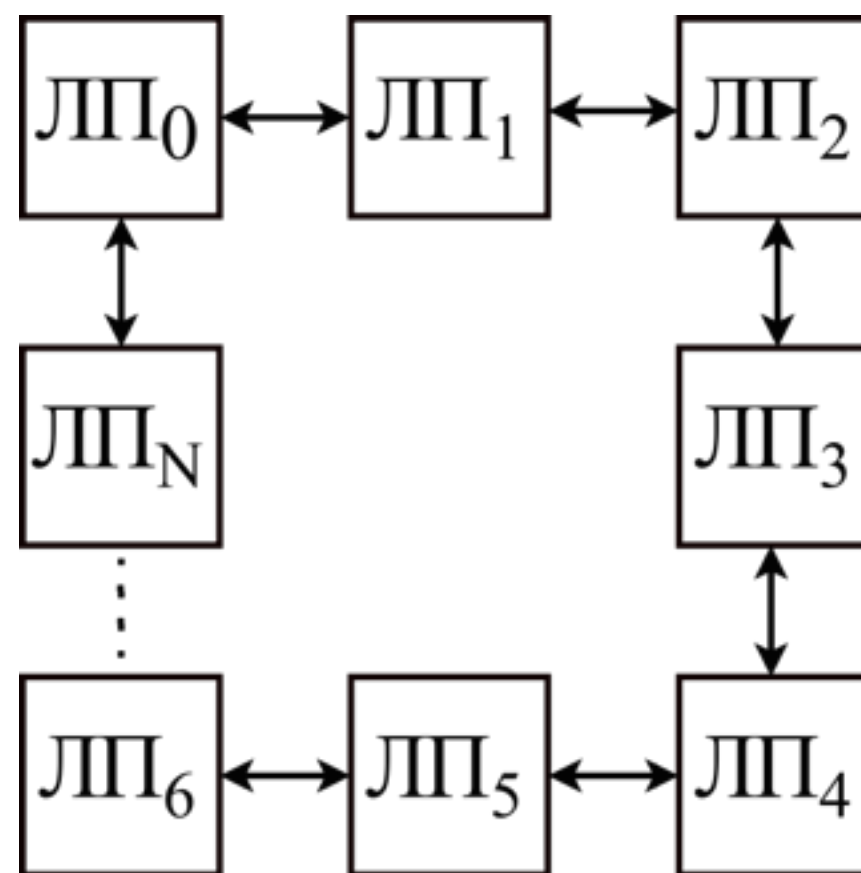
Разрешают некоторые ошибки причинности, а затем запускает механизм исправления неверных вычислений

АЛГОРИТМ FREEZE-AND-SHIFT

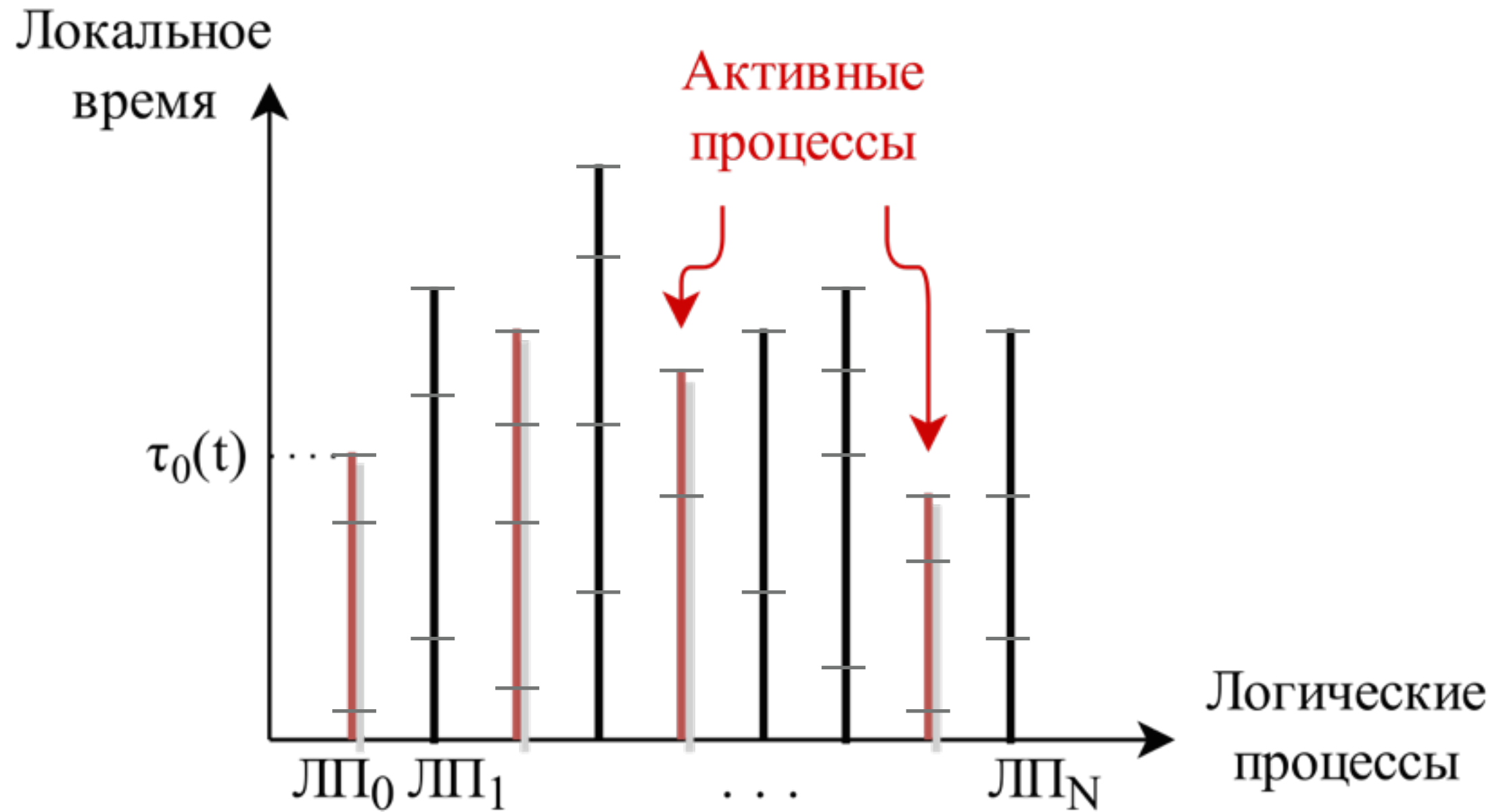
Все ЛП разбиваются на кластеры, (1 кластер на 1 ПЭ) внутри которых большое количество зависимостей; взаимодействие внутри происходит по консервативному сценарию. Взаимодействие между кластерами можно реализовывать по оптимистической или консервативной схеме.

Базовая консервативная схема

.....
Одномерная регулярная топология



УПРОЩЕННАЯ КОНСЕРВАТИВНАЯ СХЕМА



-
- Среднее значение ЛВВ $\bar{\tau}(t) = 1/N \sum_{i=1}^N \tau_i$
 - Средняя ширина профиля $\langle w^2(t) \rangle = \langle \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [\tau_i(t) - \bar{\tau}(t)]^2 \rangle$
 - Средняя скорость роста профиля ЛВВ $\langle u(t) \rangle = \frac{N_{active}}{N}$

КЛАСС УНИВЕРСАЛЬНОСТИ KPZ

Уравнение Кардара-Паризи-Жанга

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \nu \nabla^2 h + \lambda (\nabla h)^2 + \eta,$$

$h = h(x, t)$ - высота поверхности

ν - поверхностное натяжение (surface tension)

η - гауссовский шум

Kardar M., Parisi G., Zhang Y.-C. Dynamic Scaling of Growing Interfaces // Physical Rev. Letters. 1986. V. 56. P. 889–892.

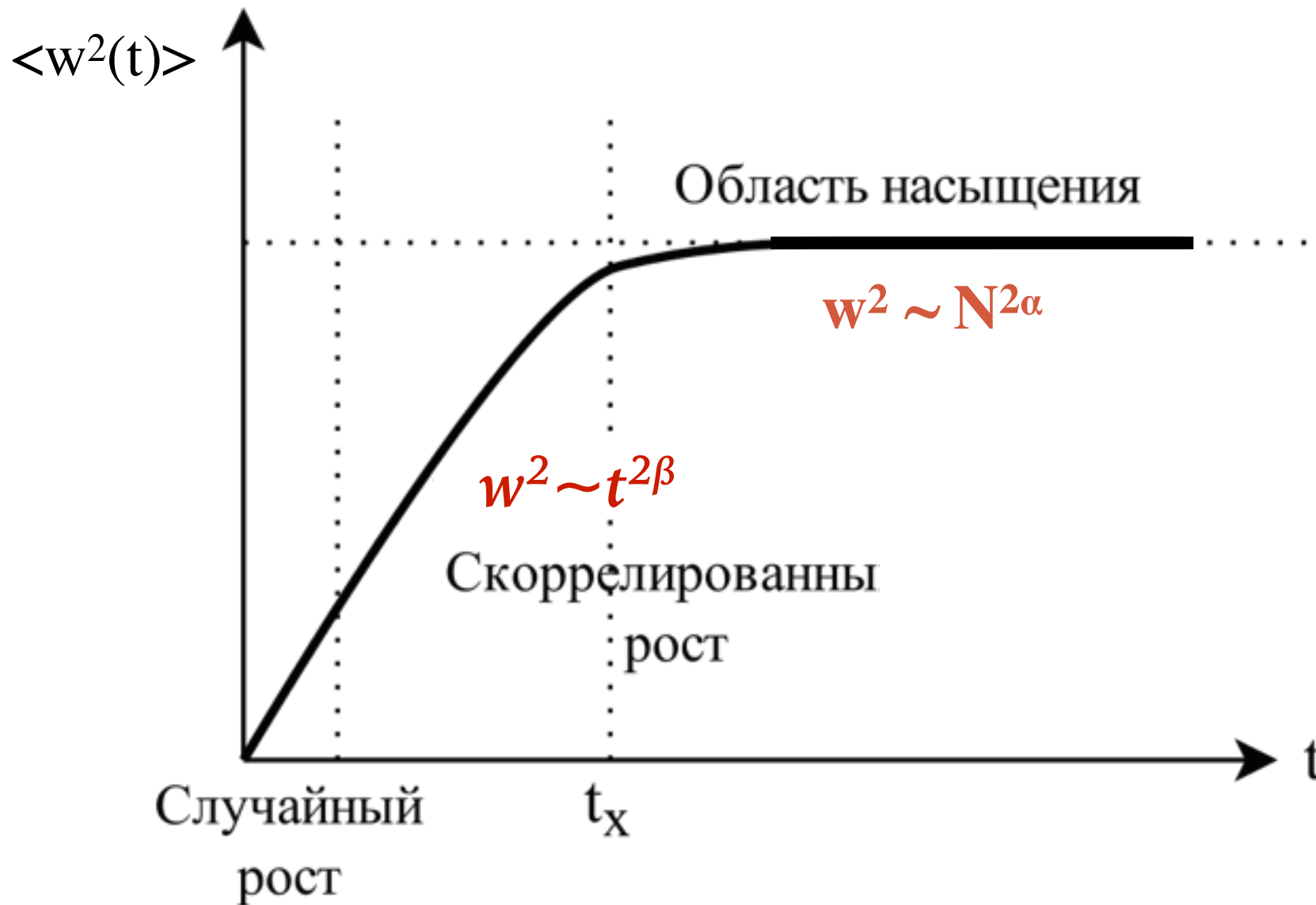
ШИРИНА ФРОНТА ПОВЕРХНОСТИ

$$w^2(N, t) = \left\langle \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (h_i - \bar{h})^2 \right\rangle$$

$$w^2(N, t) \sim N^{2\alpha} g\left(\frac{t}{N^{\alpha/\beta}}\right)$$

$$g(x) \sim \begin{cases} x^{2\beta} & x \ll 1 \\ \text{const} & x \gg 1 \end{cases}$$

УНИВЕРСАЛЬНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ



$$\alpha = 1/2$$

- экспонента роста

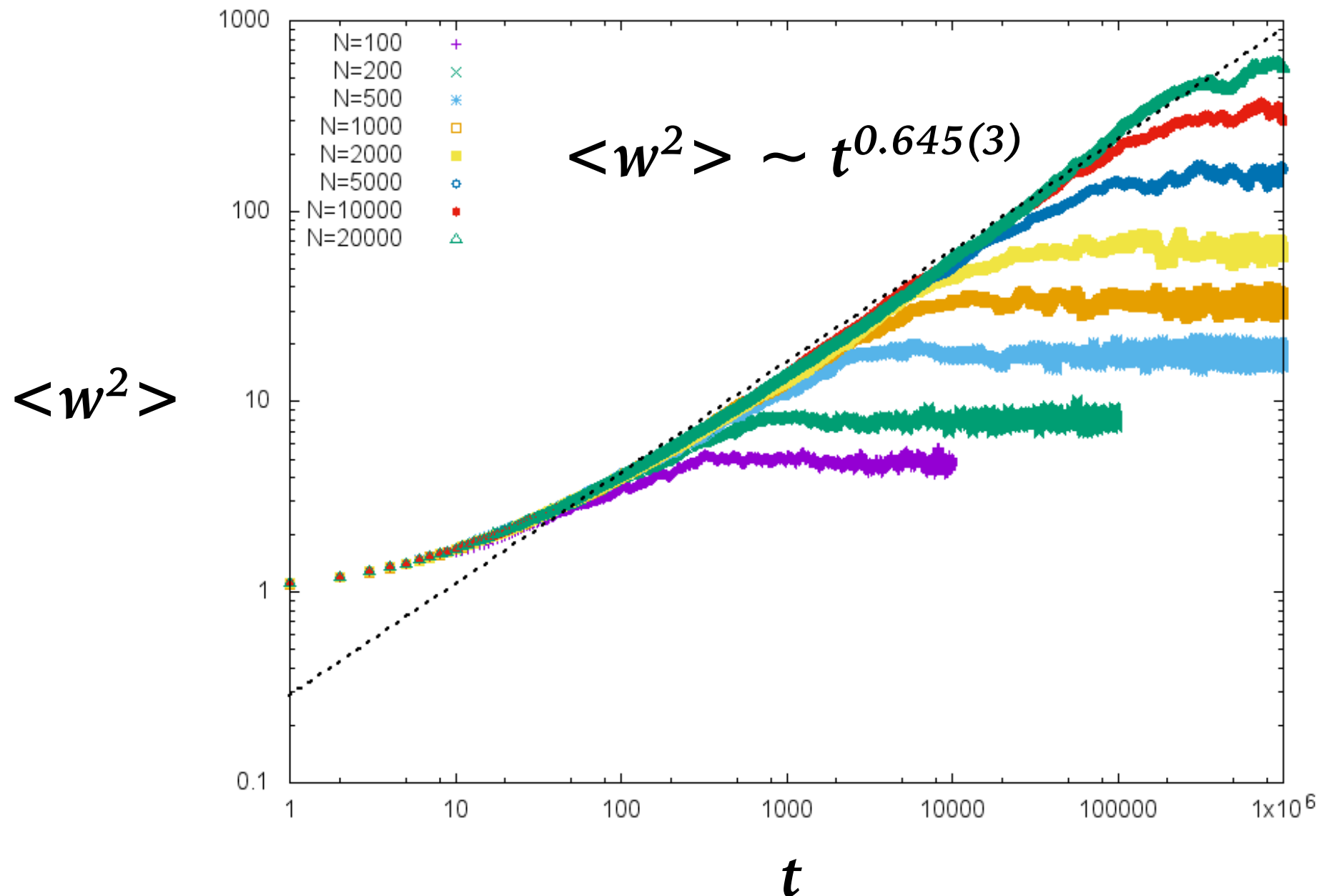
$$\beta = 1/3$$

- экспонента

шероховатости

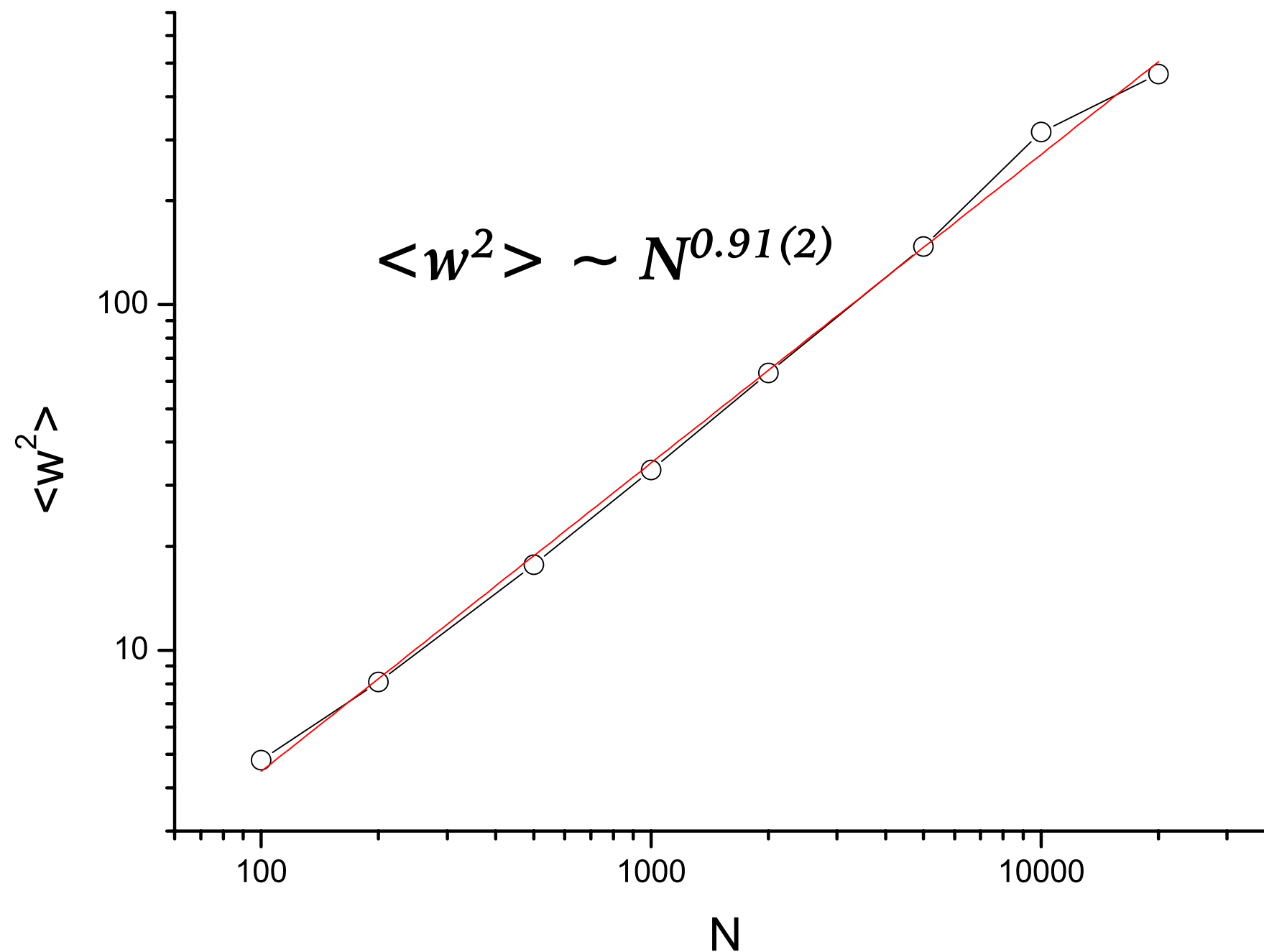
КОНСЕРВАТИВНАЯ СХЕМА. РЕЗУЛЬТАТЫ

$$\langle w^2(t) \rangle = \left\langle \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [\tau_i(t) - \bar{\tau}(t)]^2 \right\rangle$$



КОНСЕРВАТИВНАЯ СХЕМА. РЕЗУЛЬТАТЫ

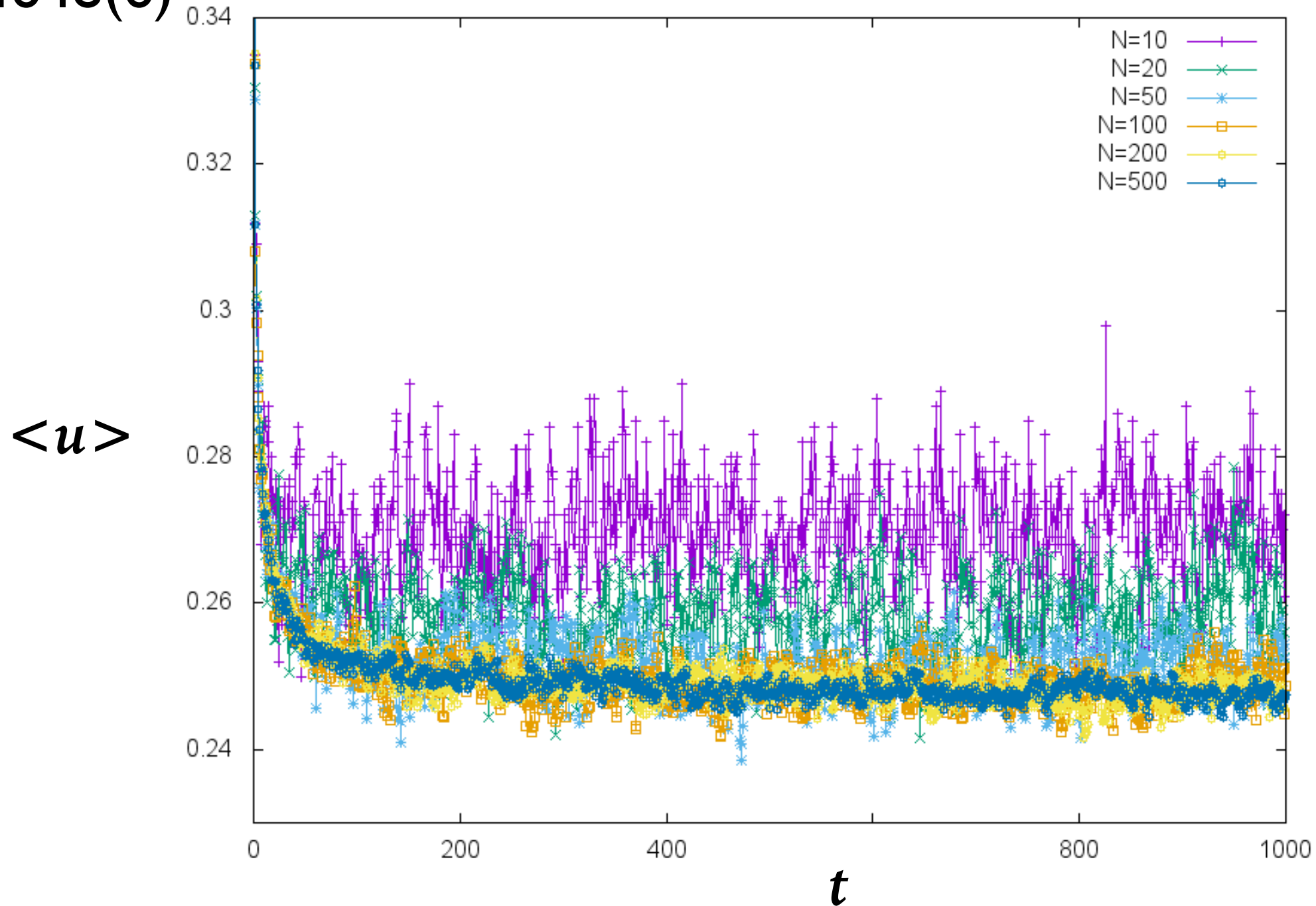
$$\langle w^2(t) \rangle = \left\langle \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [\tau_i(t) - \bar{\tau}(t)]^2 \right\rangle$$



КОНСЕРВАТИВНАЯ СХЕМА. РЕЗУЛЬТАТЫ

Средняя скорость (плотность локальных минимумов)

=0.24648(6)



ВЫВОДЫ

- Модель роста профиля ЛВВ в консервативном алгоритме принадлежит классу универсальности KPZ
- Скорость роста = $0.24648(6)$
- В модели нет мертвых состояний
- Ширина профиля ЛВВ растет со временем, а затем выходит на насыщение
- Ширина профиля ЛВВ увеличивается с размером системы

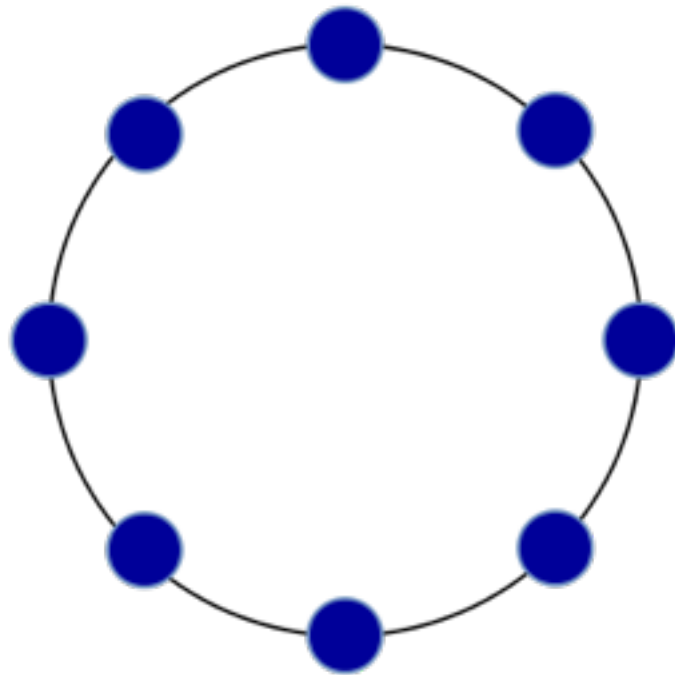


Консервативная схема

Топология Small World

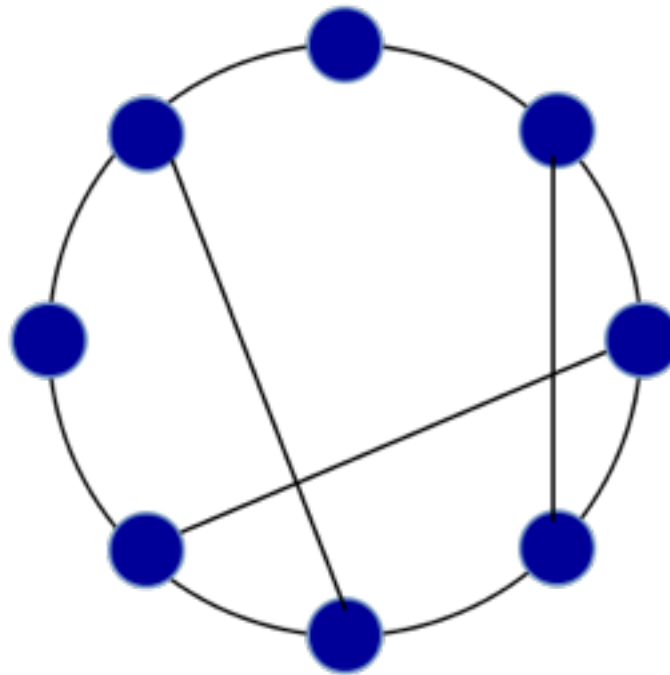
ТОПОЛОГИИ СЕТЕЙ

Регулярная

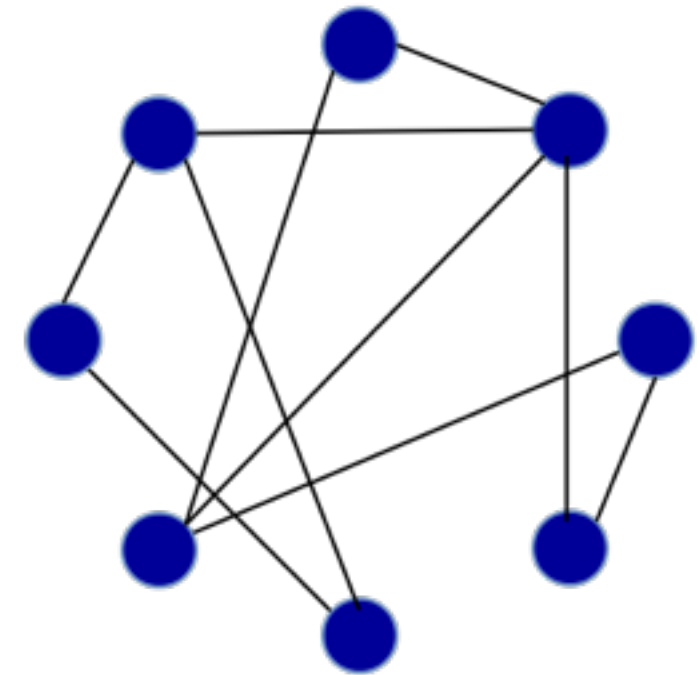


$p = 0$

Сеть малого мира



Случайная



$p = 1$

Увеличение вероятности случайных связей

Watts D. J., Strogatz S. H. Collective dynamics of 'small-world' networks // nature. – 1998. – Т. 393. – №. 6684. – С. 440-442.

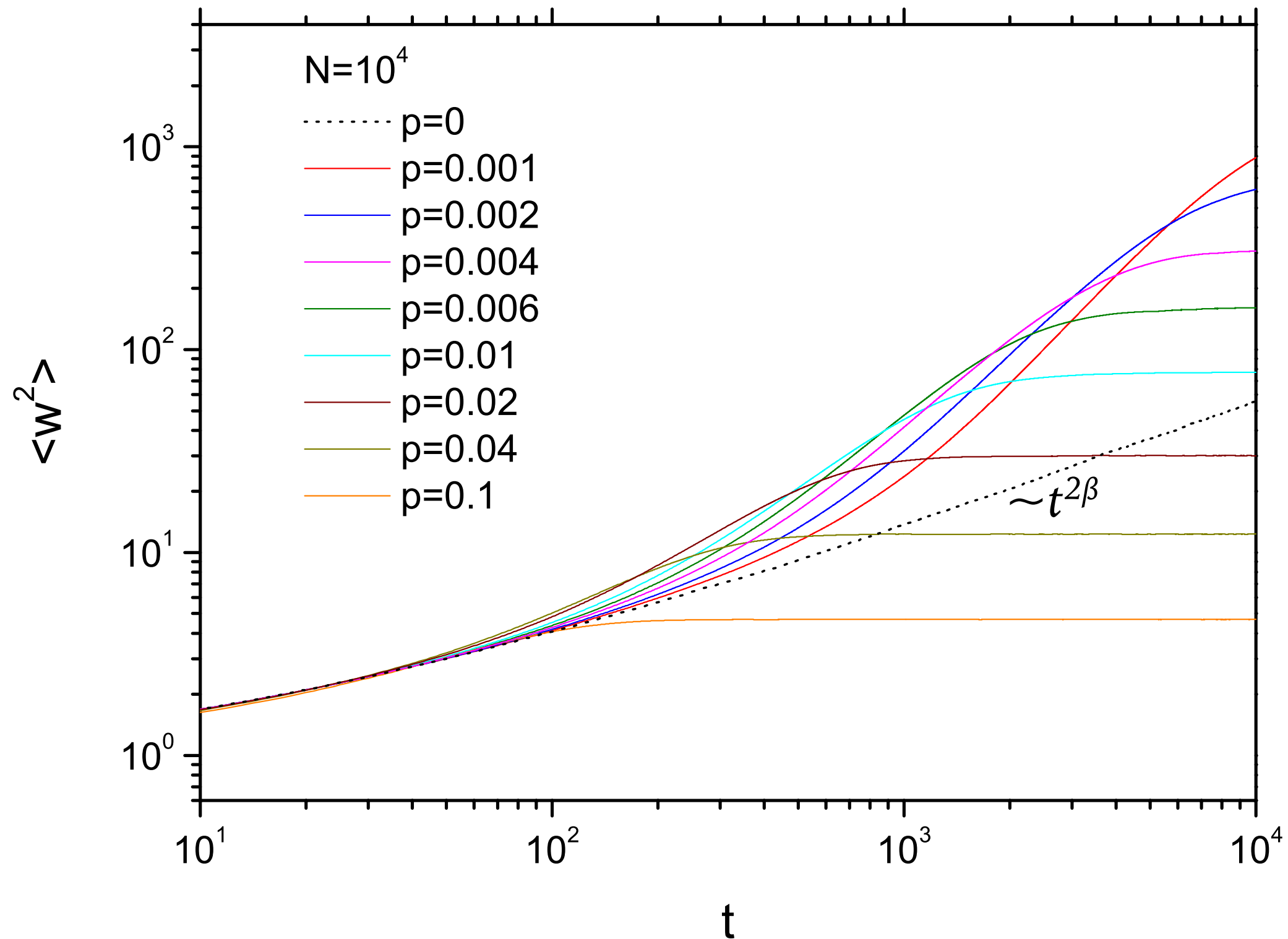
ОСОБЕННОСТИ ТОПОЛОГИИ SMALL WORLD

- Среднее расстояние ℓ между двумя узлами растёт с размером графа как $\log N$
- Высокий коэффициент кластеризации

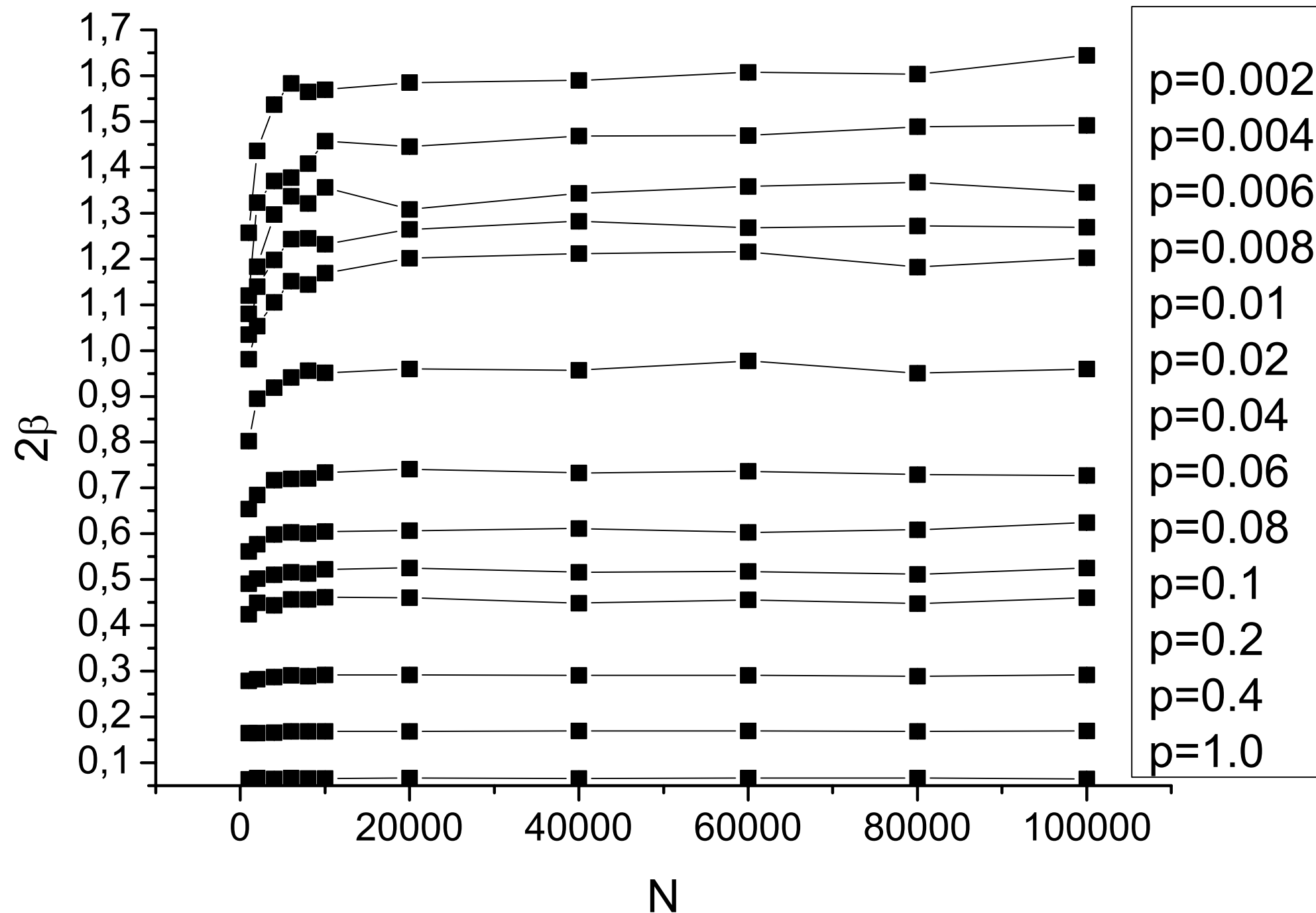
СПОСОБ КОНСТРУКЦИИ СЕТИ SMALL WORLD

1. Строим регулярную решетку размера N (кольцо)
2. Задаем параметр p - процент случайных связей
3. Добавляем ровно pN связей между двумя случайно выбранными узлами, избегая образования кратных ребер и петель

КОНСЕРВАТИВНАЯ СХЕМА В СЕТИ SW

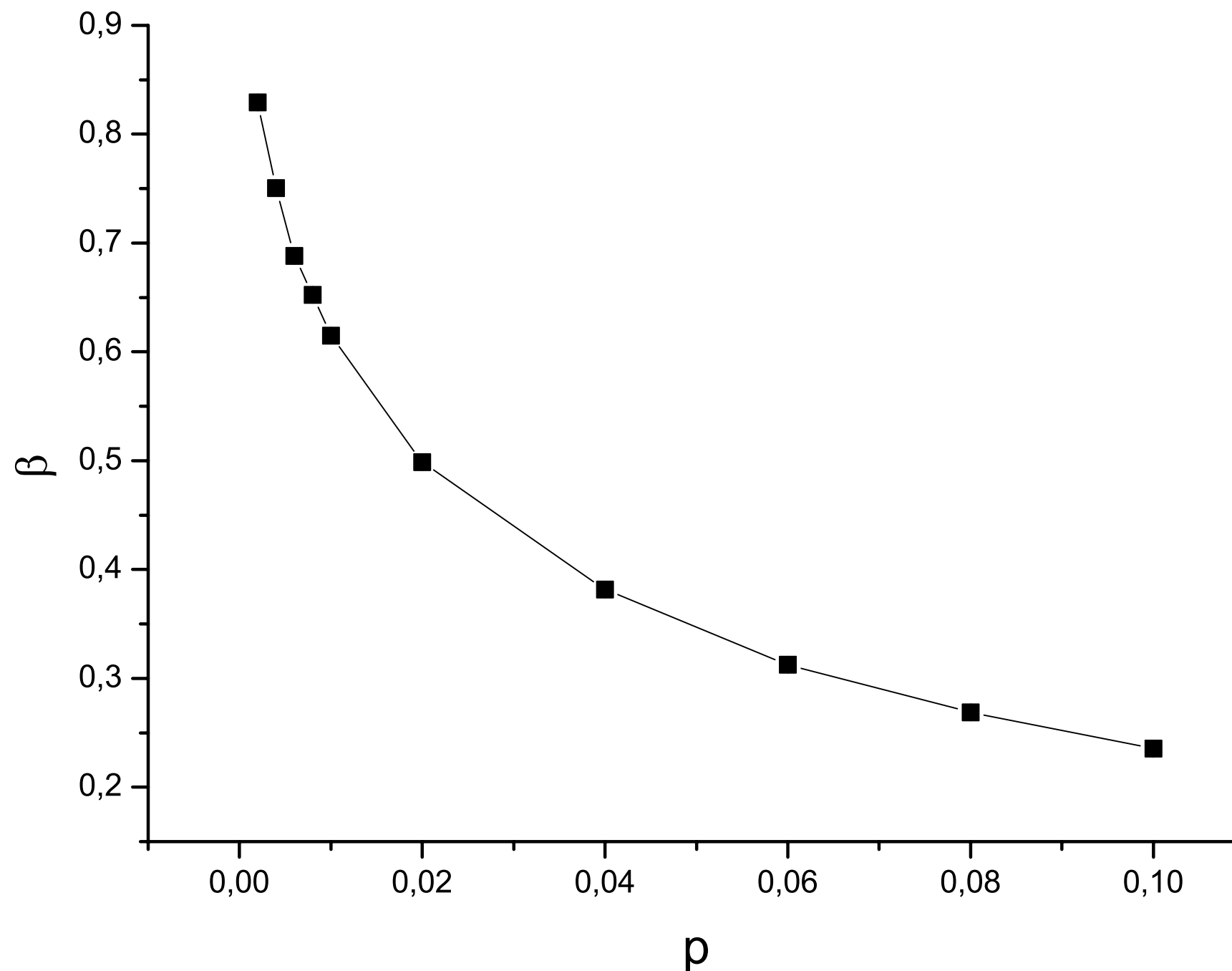


КОНСЕРВАТИВНАЯ СХЕМА В СЕТИ SW

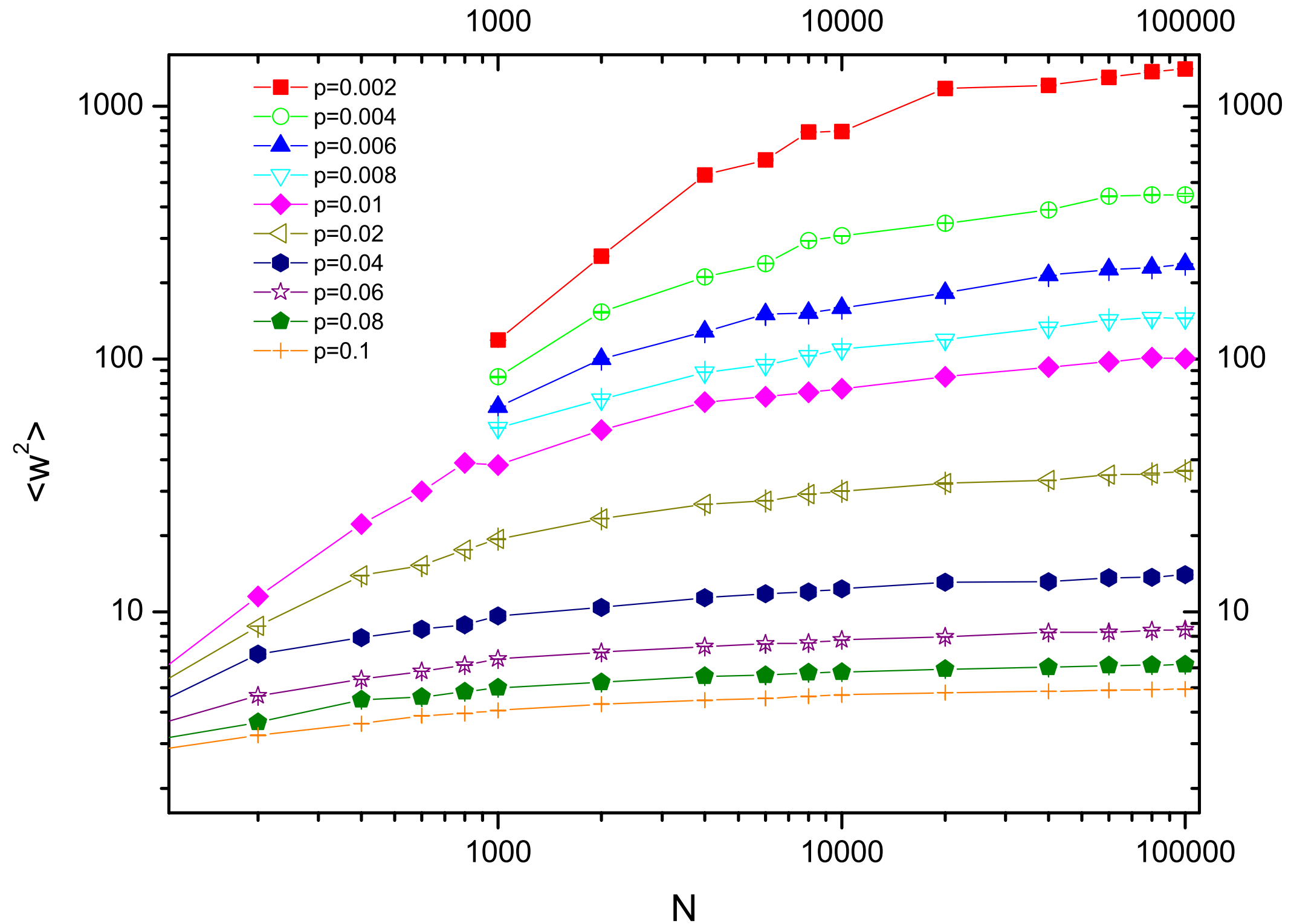


КОНСЕРВАТИВНАЯ СХЕМА В СЕТИ SW

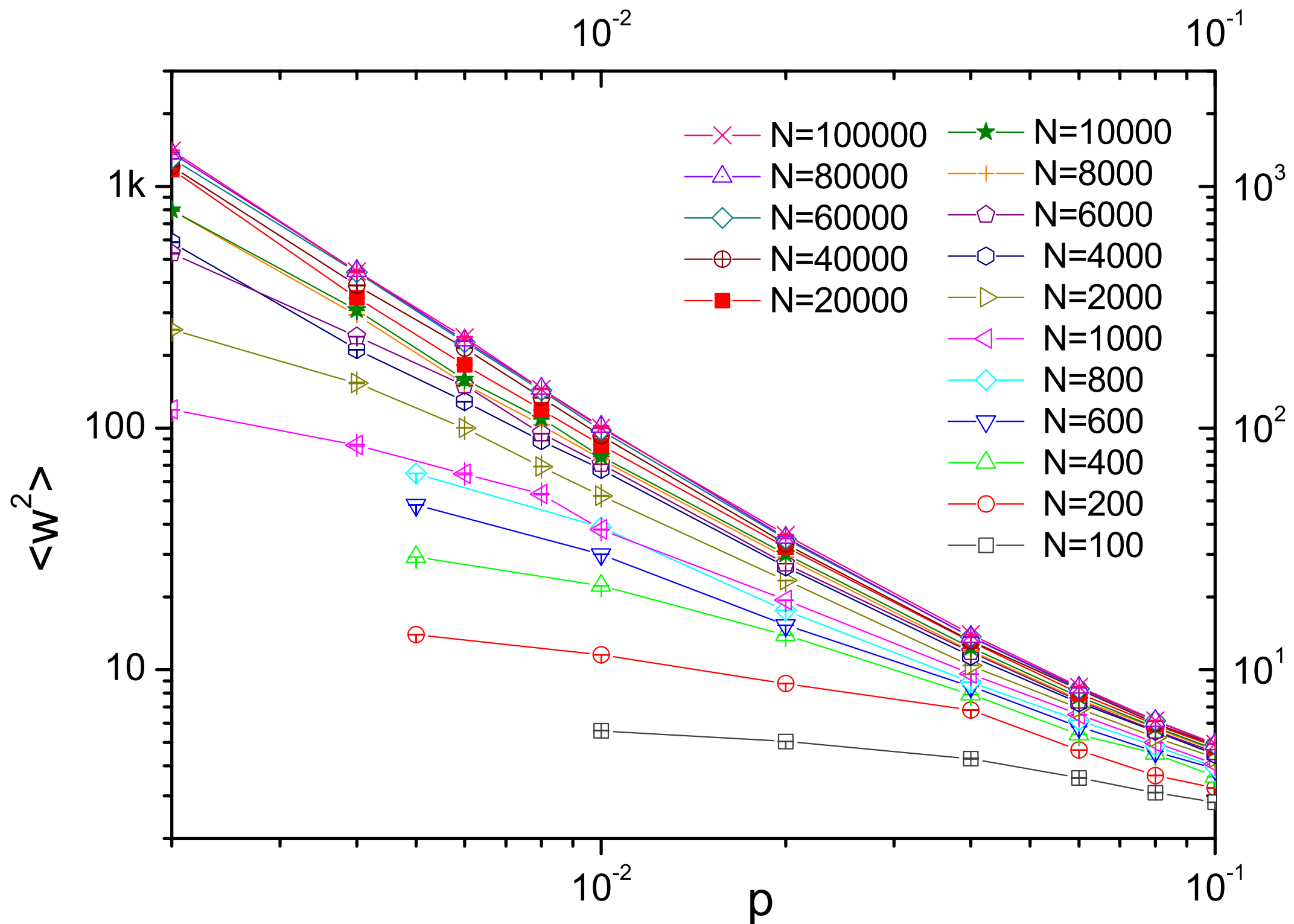
$$\beta = -0.137(4) - 0.162(1) \ln p$$



КОНСЕРВАТИВНАЯ СХЕМА В СЕТИ SW



КОНСЕРВАТИВНАЯ СХЕМА В СЕТИ SW



КОНСЕРВАТИВНАЯ СХЕМА В СЕТИ SW

Средняя скорость роста профиля ЛВВ

ρ	$\langle u \rangle$
0	0,24641
0,002	0,23585
0,004	0,22832
0,006	0,22809
0,008	0,2256
0,01	0,22335
0,02	0,22137
0,04	0,2131
0,06	0,19402
0,08	0,1873
0,1	0,18135

КОНСЕРВАТИВНАЯ СХЕМА В СЕТИ SW. ВЫВОДЫ

- Ширина профиля ЛВВ растет со временем, а затем выходит на насыщение
- Ширина профиля ЛВВ постоянна для достаточно больших систем ($N > 10^4$)
- В модели нет мертвых состояний
- Скорость профиля ЛВВ положительна, но снижается с ростом p
- Показатель роста $\beta = -0.137(4) - 0.162(1) \ln p$

КОНСЕРВАТИВНАЯ СХЕМА В СЕТИ SW. ВЫВОДЫ

- Ширина профиля ЛВВ растет со временем, а затем выходит на насыщение
- Ширина профиля ЛВВ постоянна для достаточно больших систем ($N > 10^4$)
- В модели нет мертвых состояний
- Скорость профиля ЛВВ положительна, но снижается с ростом p
- Показатель роста $\beta = -0.137(4) - 0.162(1) \ln p$

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!