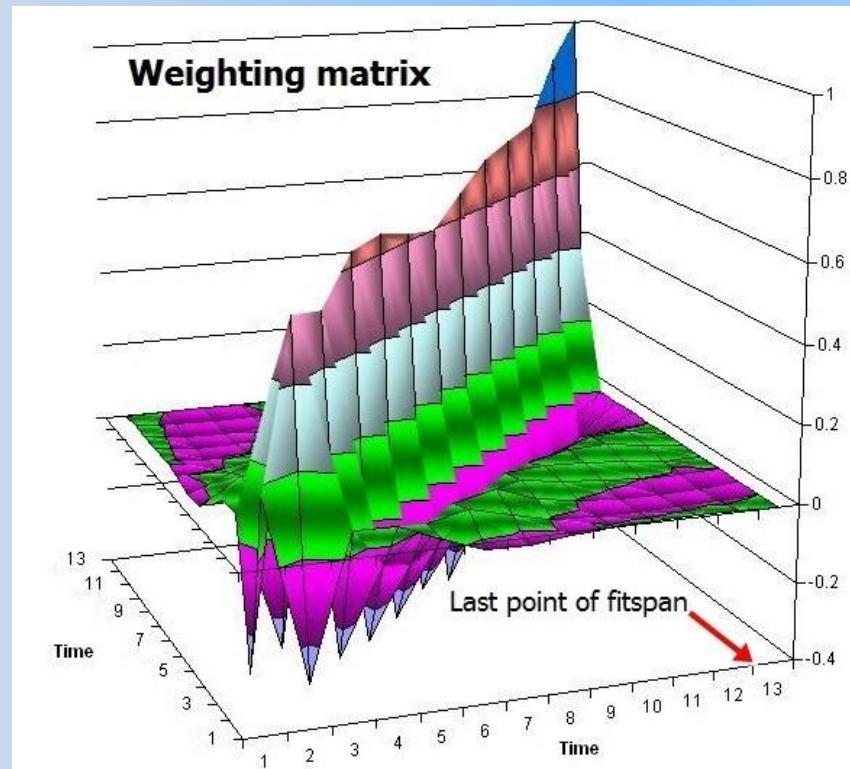
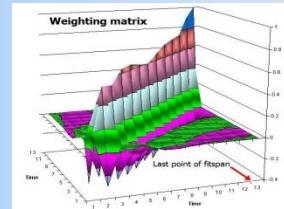


Влияние параметров алгоритма уточнения начальных условий на точность прогноза времени падения спутников

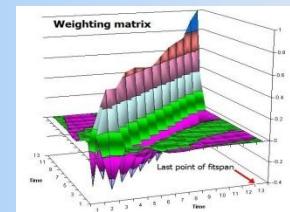


А. И. Назаренко

Абстракт



- Рассматриваемая задача привлекла внимание специалистов в связи со случаями падения больших опасных спутников. Традиционно она решается на основе применения метода наименьших квадратов. При этом «взвешивание» измерений производится без учета случайных атмосферных возмущений. На примере определений времени падения КА Tiangong-1 оценено влияние параметров алгоритма уточнения на точность результатов. В качестве параметров алгоритма рассмотрены: характеристики учета атмосферных возмущений при «взвешивании» измерений и величина мерного интервала. Показано, что учет случайных атмосферных возмущений приводит к повышению точности результатов в несколько раз.
- Благоприятные условия для проведения рассматриваемого в статье анализа были обусловлены организацией в начале 2018 г. международной тестовой кампании по определению времени и места падения КА Tiangong-1, которую организовал Inter Agency Debris Comity (IADC). В этой кампании участвовали представители 11-ти космических агентств.



Введение

Цель доклада – показать возможность существенного повышения точности на основе применения методики **оптимальной фильтрации измерений (ОФИ)**.

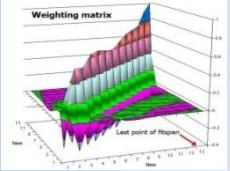
Основы методики впервые были доложены на семинаре П.Е. Эльясберга в 1972 г и опубликованы в сборнике Прикладные задачи космической баллистики [1]. В дальнейшем эта методика была усовершенствована [2 – 5]. **Строго доказано**, что она обеспечивает повышение точности по сравнению с классическим МНК.

Погрешности определения времени существования спутников зависят от точности определения характеристики его торможения в атмосфере (например, оценки баллистического коэффициента S_b). Обычно эта погрешность имеет порядок 10 - 15%. Уровень погрешностей не удается улучшить, так как он обусловлен существом МНК.

В методе ОФИ технология определения начальных условий (НУ) для прогноза существенно отличается от МНК. Задача решается в **два этапа**. На первом этапе определяется 6-ти мерный вектор НУ (без характеристики торможения). Оценка торможения S_b определяется на **втором этапе** на основе остаточных невязок. В результате в несколько раз уменьшается уровень погрешностей определения торможения. Обычно он составляет **несколько процентов**.

$$\delta t_{life} \approx \frac{\delta Sb}{Sb} \cdot t_{life}$$

Мои памятные фотографии



П.Е. Эльясберг



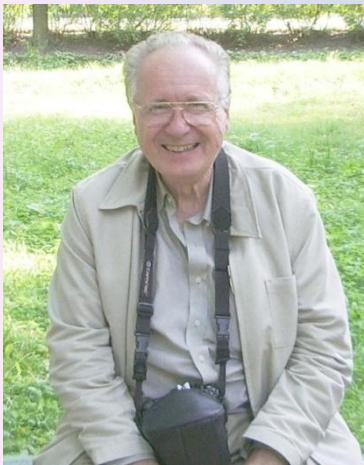
В.И. Мудров



А.Г. Клименко



И.И. Волков



V. A. Чоботов



T. Kelso

D. Vallado

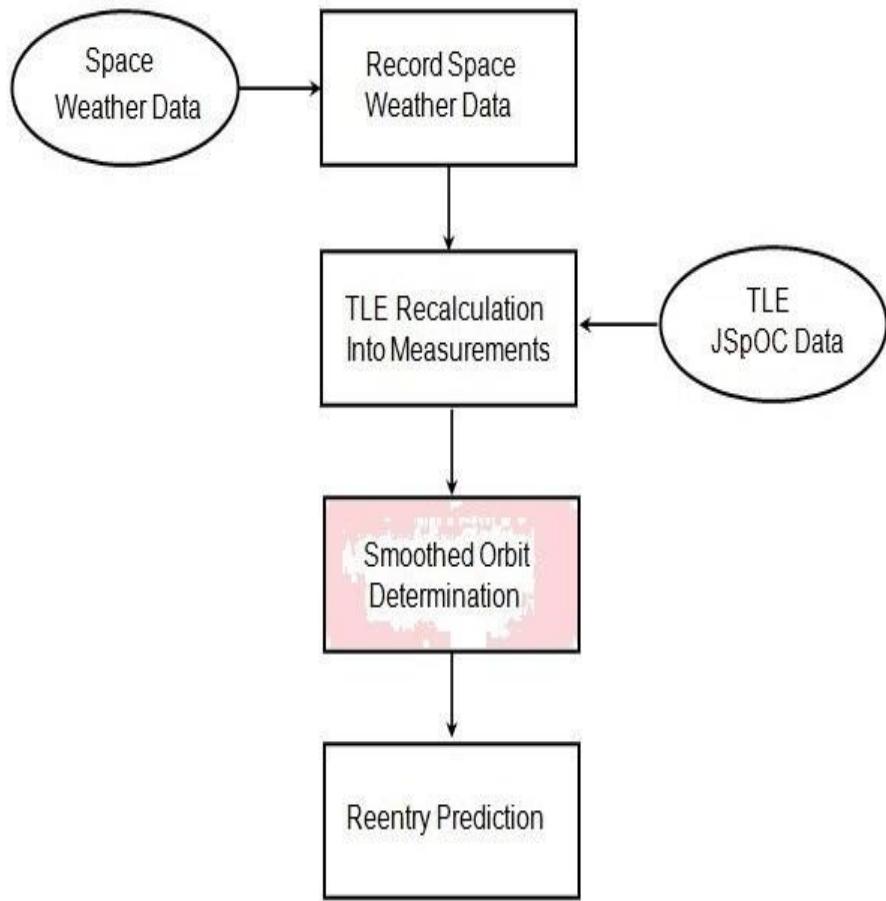
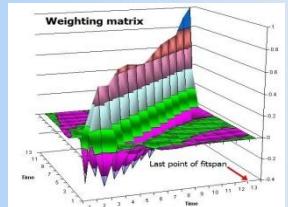
S. Knowles



В.С. Юрасов

F. Hoots

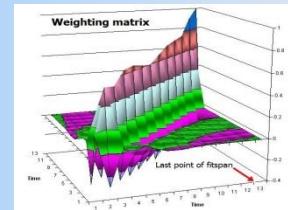
Методика решения задачи



Для корректного решения поставленной задачи необходимо знать данные о космической погоде. Значения индексов солнечной активности $F_{10.7}$ и геомагнитной возмущенности K_p (A_p) используются в качестве входных параметров в модели плотности атмосферы ГОСТ [6]. В качестве источника этих данных был выбран сайт [CelesTrak.com](#) [7].

В качестве источника орбитальной информации для расчетов использовались TLE из сайта JspOC [8]. Эти орбиты рассматривались в качестве измерений при определении сглаженных орбит и соответствующих баллистических коэффициентов.

Для каждого из выбранных методов определения орбит (ОФМ и МНК) осуществлялся расчет времени и места падения КА. При численном интегрировании критерием прекращения существования было выбрано достижение КА высоты 80 км.



Методика решения задачи (продолжение)



$$\sigma_q = k_{atm} \cdot |\Delta T|$$

$$Z = X \cdot x + B \cdot q + V$$

$$M(V \cdot V^T) = \sigma_z^2 \cdot E$$

$$\hat{x} = (X^T \cdot P \cdot X)^{-1} \cdot X^T \cdot P \cdot Z$$

(1)

Принимается, что автокорреляционная функция атмосферных возмущений имеет вид (1). Интервал корреляции $\Delta \approx 2\text{-}3$ суток. СКО этих возмущений составляет долю k_{atm} от возмущения периода в результате торможения в атмосфере.

(2) Это соотношение между вектором измерений $Z(k \times 1)$, вектором состояния $x(6 \times 1)$, **параметром торможения q** ($m \times 1$) и вектором погрешностей измерений $V(k \times 1)$.

(3) Это классическая формула для оценки вектора состояния с применением весовой матрицы P

$$M[\delta x(t_i) \cdot \delta x^T(t_l) | x_j] = Q_{il}^{(j)} = \int_{t_j}^{t_i} \int_{t_l}^{t_i} U(t_i, \xi) \cdot B(\xi) \cdot K_q(\xi, \eta) \cdot B^T(\eta) \cdot U^T(t_l, \eta) \cdot d\eta \cdot d\xi,$$

Это формула для расчета компонентов матрицы P^{-1} , учитывающих вклад случайных атмосферных возмущений с корреляционной функцией $K_q(\dots)$.

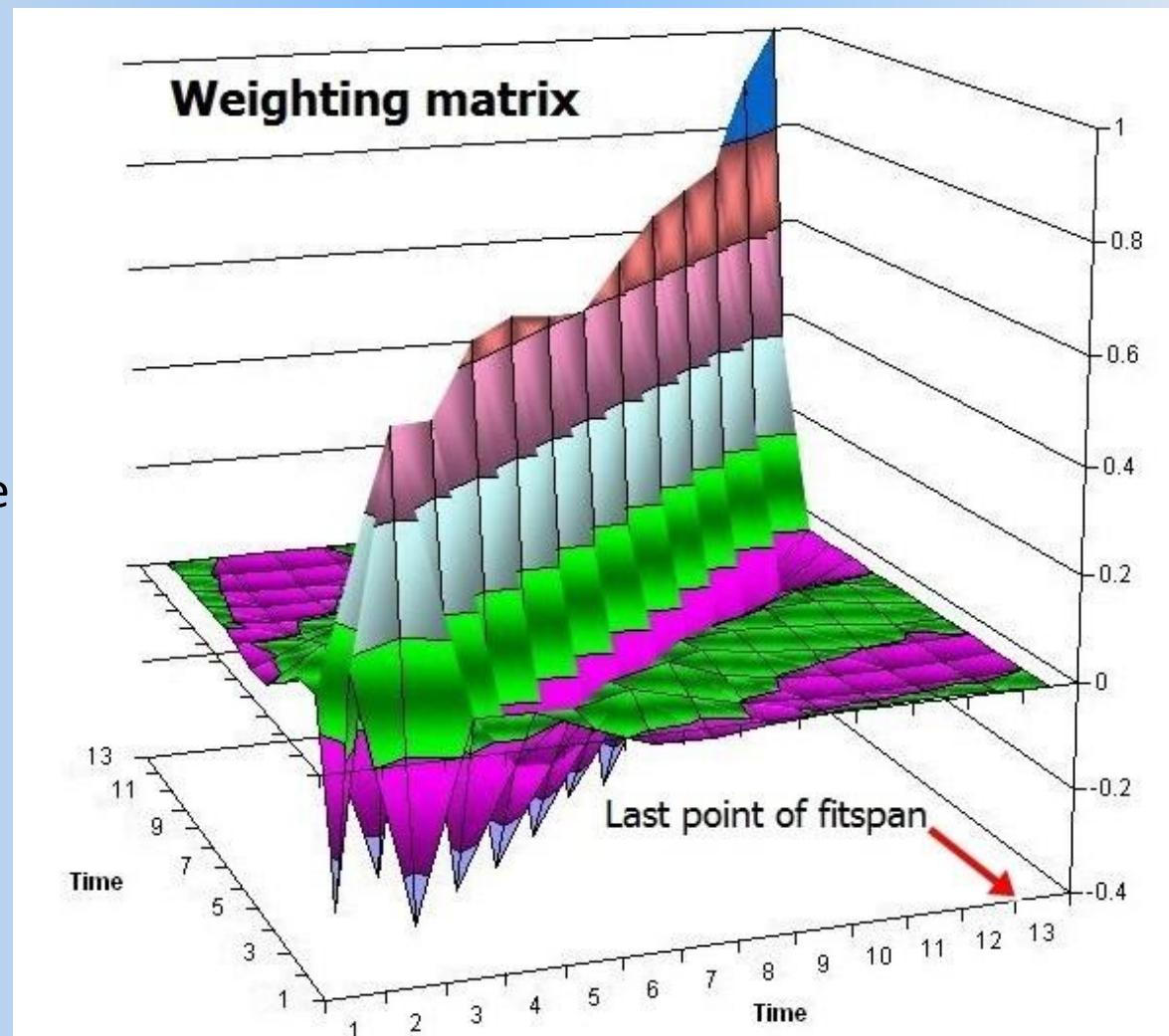
$$\hat{q} = F \cdot (Z - X \cdot \hat{x})$$

(4) Значение параметра торможения вычисляется **после** построения оценки (3) на основе остаточных невязок.

Пример весовой матрицы

Эта матрица отличается от единичной (как в МНК) двумя обстоятельствами:

1. Диагональные компоненты изменяются от значения 0.17 (в начале мерного интервала) до 1 (в конце).
2. Имеется область существенных отрицательных значений компонентов весовой матрицы.



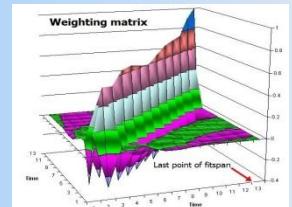
Результаты вычислений

Table 1 Reference TLE values

1	37820U	11053A	18091.48949878	.04973923	93030-5	17615-3	0	9996
2	37820	42.7393	197.3406	0006205	338.9313	21.1427	16.44201833373959	
1	37820U	11053A	18091.61093320	.05753306	93421-5	14327-3	0	9996
2	37820	42.7382	196.5219	0007050	335.9816	24.1336	16.45676491373975	
1	37820U	11053A	18091.67159262	.04847022	93097-5	11856-3	0	9991
2	37820	42.7368	196.1112	0003886	340.8150	19.2351	16.46105415373983	

Table 2. Basic calculation results

n_z	OFM				LST					
	\hat{S}_b	time	delt	d_{min}	d_{max}	\hat{S}_b	time	delt	d_{min}	d_{max}
6	0.00255	1:03	1.4	0.9	2.3	0.00254	1:05	0.9	-1.3	2.1
7	0.00257	1:00	0.6	-4.0	0.7	0.00253	1:03	4.3	-1.9	4.3
8	0.00261	0:51	-1.1	-14.1	-1.1	0.00255	1:18	-10.2	-10.2	2.0
9	0.00268	0:41	-0.6	-2.2	30.9	0.00261	0:31	14.5	-5.8	14.5
10	0.00272	0:22	-0.3	-2.1	58.7	0.00262	0:52	-9.7	-9.7	14.0
11	0.00277	0:20	0.3	-1.5	108	0.00268	0:29	1.1	-12.6	16.9
12	0.00279	0:17	-1.3	-3.4	173	0.00270	0:11	10.3	-11.0	15.6
13	0.00280	0:13	5.7	2.9	248	0.00270	0:02	15.7	-12.4	15.7
14	0.00282	0:10	0.4	-1.9	310	0.00267	0:05	11.3	-12.9	15.6

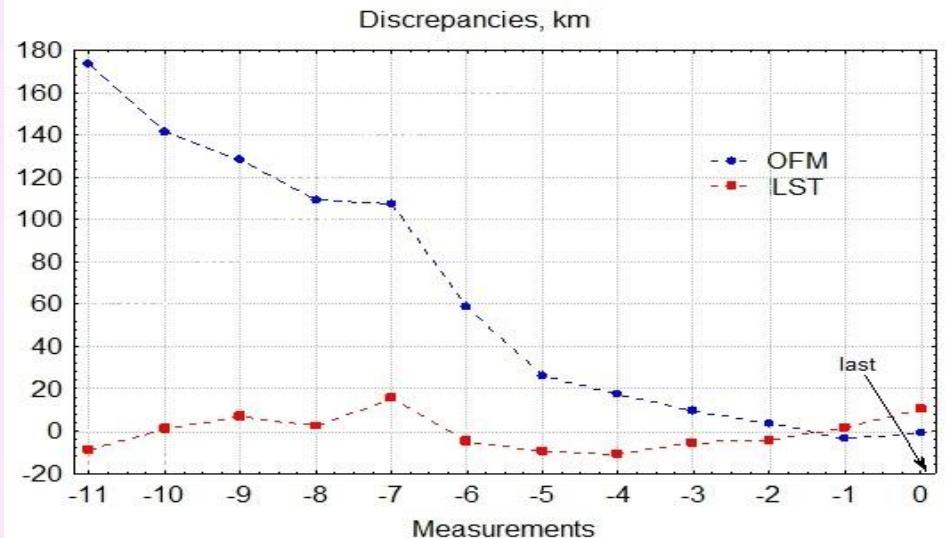
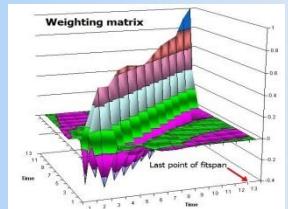


Последний набор TLE содержит момент времени 18091.67159262. Этому соответствует мировое время (UTC) 16^h 7^m 5.6^s апрель 1, 2018. Число измерений n_z на мерном интервале: от 6 до 14.

В таблице:
 S_b – оценка баллистического коэффициента, m^2/kg ;
 $time$ – время падения, ч, м
 2 апреля 2018 г
 $delt$ – невязка вдоль траектории в конце мерного интервала. км
 d_{min} и d_{max} – максимальная и минимальная невязки на мерном интервале, км.

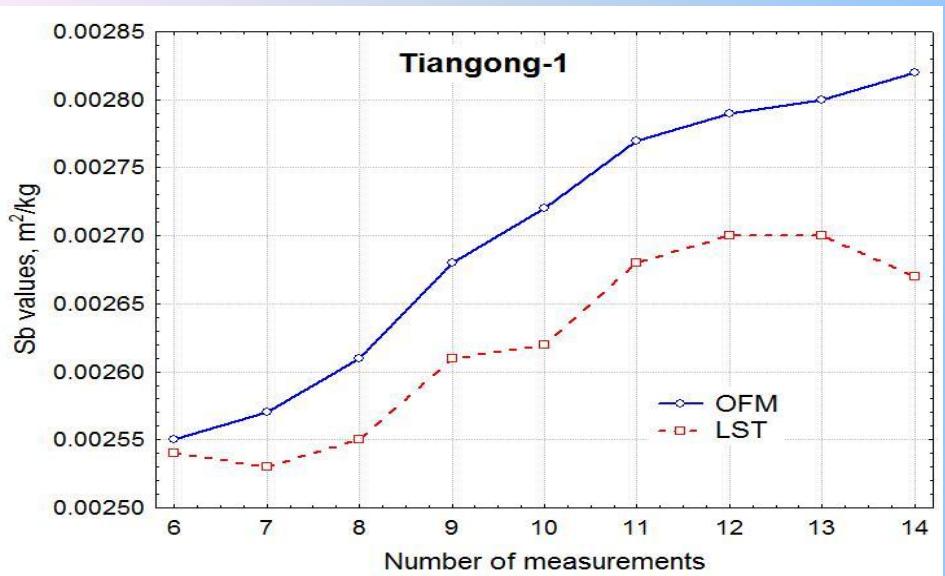
Наиболее достоверные результаты выделены голубым цветом. Для них оценки $time$ по МНК существенно превышают оценки с использованием ОФИ.

Результаты вычислений (продолжение)



Этот рисунок построен для варианта $nz=12$. При использовании ОФИ значения невязок на мерном интервале сильно меняются. В **последней точке** мерного интервала: значение $\text{delt}=-1.3$ км для ОФИ, а для МНК $\text{delt}=10.3$ км, т.е. оказалось в 8 раз больше. При $nz>7$ все НУ для прогноза, полученные с использованием МНК, являются недостаточно точными.

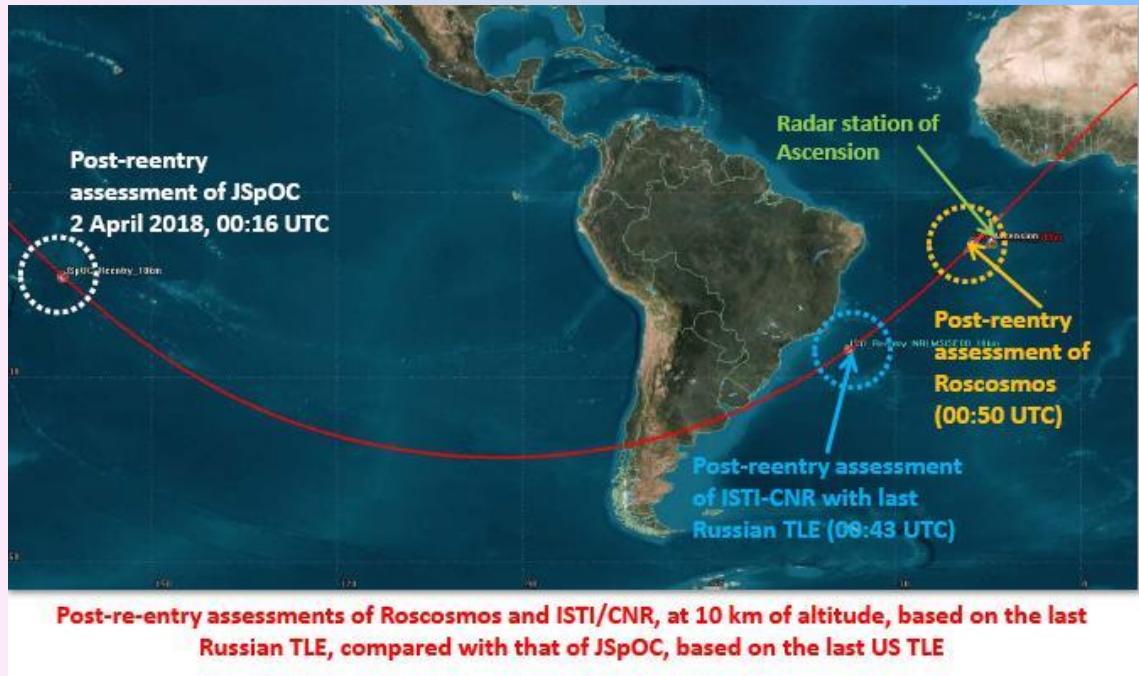
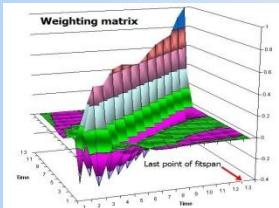
При использовании МНК минимизация погрешностей достигается для вариантов $nz=6$ и 7 , т. е. при мерных интервалах 0.45 - 0.60 суток. Им соответствует прогнозное время падения **$\approx 1^h\ 4^m\ 2$ апреля 2018 (UTC)**.



При использовании ОФИ наиболее достоверные оценки времени падения получены при $nz>10$, когда оценки баллистического коэффициента стабилизируются. Этим вариантам соответствует прогнозное время падения в интервале от **$0^h\ 10^m$ до $0^h\ 20^m\ 2$ апреля 2018**.

Таким образом, оценки времени падения с использованием МНК существенно превышают соответствующие более достоверные оценки времени падения, полученные с использованием ОФИ.

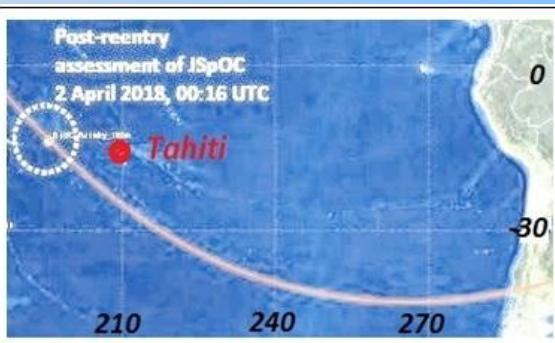
Результаты вычислений (продолжение)



Tiangong-1 ...came to a fiery end off the coast of Tahiti in the early hours of this morning



Фото падения КА



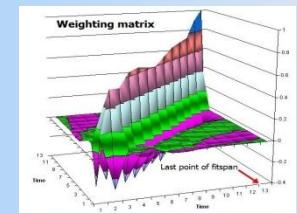
Положение острова

Данные Американской СККП содержат оценку времени падения $00^h 16^m$ 2 апреля, которая получена уже **после** падения КА. Это наиболее достоверная оценка. Данные СККП содержат также **прогнозную** оценку ($00^h 49^m$), которой соответствует относительная погрешность **28%**.

Все опубликованные прогнозы времени падения, полученные с применением МНК, находятся в интервале времени от $00^h 30^m$ до $00^h 54^m$. Они превышают апостериорную оценку $00^h 16^m$ на 14 - 38 минут. Этот факт согласуется с данными таблицы 2.

Оценка СККП $00^h 16^m$ не содержит сведений о высоте. Для устранения этого пробела полезно учесть фото слева (остров Tahiti во Французской Полинезии). Очевидно в это время КА находился достаточно высоко и продолжал снижаться еще в течение нескольких минут.

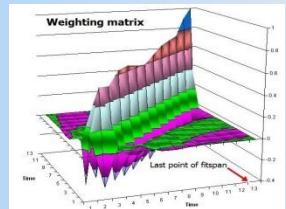
Результаты вычислений (окончание)



Для оценки высоты КА в момент времени 00^h 16^m полезно рассмотреть результаты определения и прогноза орбиты КА с использованием метода ОФИ, которые были представлены в таблице 2. При оптимальных параметрах алгоритма, которые отмечены в таблице голубым цветом, прогнозные оценки высоты составили 80 - 95 км. Аэродинамические нагрузки и нагрев элементов конструкции приводят на этих высотах к разрушению КА, что и зафиксировало фото на острове Таити. Для упомянутых выше вариантов расчета прогнозные оценки времени, когда КА находился в объявленной апостериорной точке падения (широта -13.6°, долгота 195°), находятся в интервале времени от 00^h 10^m до 00^h 11^m. Из этих оценок следует, что временная погрешность прогноза составила 5 - 6 минут. При использовании начальных условий в момент времени 16^h 7^m 1 апреля 2018 этому соответствует относительная погрешность прогноза $\approx 1\%$.

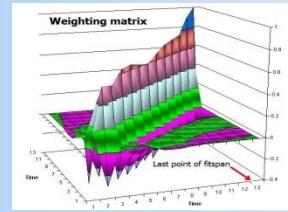
Таким образом, применение метода ОФИ позволило в данном случае уменьшить погрешности прогноза по сравнению с применением МНК - в несколько раз.

Выводы



1. На примере определений времени падения КА Tiangong-1 оценено влияние параметров алгоритма уточнения на точность результатов. В качестве параметров алгоритма рассмотрены: характеристики учета атмосферных возмущений при «взвешивание» измерений и величина мерного интервала.
2. В рассмотренном примере оценки времени падения с использованием МНК существенно превышают соответствующие более достоверные оценки времени падения, полученные с использованием ОФИ.
3. **Показано, что учет случайных атмосферных возмущений в методе ОФИ приводит к повышению точности результатов в несколько раз.**
4. **Применение метода ОФИ является актуальным и перспективным направлением совершенствования баллистического обеспечения в интересах повышения безопасности полетов в условиях техногенного засорения ОКП.**

Публикации



1. Назаренко А.И., Маркова Л.Г. Методы определения и прогнозирования орбит при наличии погрешностей в математическом описании движения. Сб. Прикладные задачи космической баллистики, Наука, 1973.
2. Назаренко А.И. Применение метода оптимальной фильтрации измерений для уточнения и прогнозирования орбит космических аппаратов. // Вестник «НПО имени С.А. Лавочкина». 2012. № 2. С. 38-43.
3. Nazarenko A.I., How can we increase the accuracy of determination of spacecraft's lifetime? // Acta Astronautica, 115 (2015), pp. 229-236.
4. Назаренко А.И. Задачи стохастической космодинамики. Математические методы и алгоритмы решения. – М.: URSS, 2017, 352 с.
5. A.I. Nazarenko, V.S. Yurasov, S.V. Tikhomirova. Determination of the satellite reentry time with allowance for random variations of atmospheric drag. ESOC, Reentry Workshop 2018, Darmstadt.
6. Earth's Upper Atmosphere. Density Model for Ballistic Support of the Flight of Artificial Earth Satellites. GOST R 25645.166-2004. Publishing House for the Standards, Moscow, 2004.
7. www.celestrak.com.
8. <http://www.space-track.org>.
9. www.aerospace.org
10. Pardini C., Anselmo L. The uncontrolled re-entry of Tiangong-1. 36th IADC Plenary Meeting (Tsukuba, Japan, 5 – 8 June, 2018).

Монография «Задачи стохастической Астродинамики. Математические методы и алгоритмы решения»

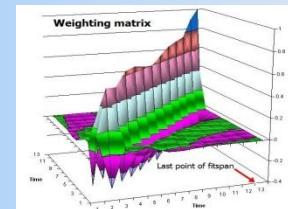
В монографии изложено детальное обоснование методики оптимальной фильтрации измерений (ОФИ), которая является усовершенствованием метода наименьших квадратов

Publishing Group **URSS** опубликовала монографию в 2017 г. (рисунок справа). Заказать монографию можно на сайте издательства. Ее можно купить также в магазине по адресу Нахимовский проспект 56
(метро ст. Профсоюзная).
Телефон +7 499 724 2545 ,
Будни 9:00-19:00, выходные 12:00-19:00.



The image shows the front cover of the monograph. At the top, there are social media icons for VK and Facebook, and the URSS logo. Below the logo, there are links to unsubscribe from the newsletter, subscribe to other topics, and visit URSS.ru. The title 'Уважаемые читатели!' (Dear Readers!) is prominently displayed, followed by a message about new book releases. The author's name, A. I. Nazarenko, is mentioned. The title of the book is 'ЗАДАЧИ СТОХАСТИЧЕСКОЙ КОСМОДИНАМИКИ' (Tasks of Stochastic Cosmodynamics), with a subtitle 'Математические методы и алгоритмы решения' (Mathematical methods and algorithms for solving). The book is described as having a soft cover, 352 pages, and costing 525 rubles. A 'Подробнее' (More details) button is present. The back cover of the book is visible, showing the title and some text. To the right of the book cover, there is a detailed 3D plot titled 'Weighting matrix' showing a complex, multi-colored surface over a grid of time values from 1 to 13.

Спасибо за внимание!



Письма AGI

From AGI (13.12.2018):

Hi Andrey,

We find many satellite operators need to process a wide variety of measurements, both traditional and non-traditional, to support orbital analysis and orbital determination over the life cycle of satellites.

Join us for a hands-on Virtual Orbit Determination Toolkit (ODTK) Fundamentals Training on December 19, 2018 12:00 PM - 3:00 PM (US ET). Follow along as an instructor walks you through building scenarios to quickly get you up to speed on the ODTK basics, including:

Sequential Processing (Filter, Smoother)

Batch Processing (Least Squares)

Initial Orbit Determination

Initial State uncertainty vs. quality of the OD

OD result validation (Consistency Check)

Display results using STK

Lauren McManus

Answer (17.12.2018):

Dear Lauren McManus:

Thank you concerning Virtual Orbit Determination Toolkit (ODTK) Fundamentals Training.

The problem of Orbit Determination interested me for many years. In particular, I have developed the new method for Optimal Filtration of Measurements (OFM). Article where application of this methodology set out below. Suppose that the OFM provides more accurate results than using all other methods. To validate this claim, suggest comparing reentry time determination of SC Tiangong-1 (# 37820) using ODTK and OFM.

Best regards. Andrey Nazarenko.

